www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

JAARGANG 20, 1958, no. 5 blz. 125-160 Verschenen 26 juli 1958

Philips Technisch Tijdschrift

BEHANDELENDE TECHNISCHE VRAAGSTUKKEN
SAMENHANGENDE MET DE PRODUKTEN, WERKWIJZEN EN ONDERZOEKINGEN
VAN DE N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN

Foto Hans de Boer

HET PHILIPSPAVILJOEN OP DE WERELDTENTOONSTELLING TE BRUSSEL 1958

I. HET ARCHITECTONISCHE ONTWERP VAN LE CORBUSIER EN XENAKIS VOOR HET PAVILJOEN
II. DE HYPPARSCHAAL EN ZIJN MECHANISCHE EIGENSCHAPPEN
III. HET MODELONDERZOEK VOOR DE BOUW VAN HET PAVILJOEN
IV. DE CONSTRUCTIE VAN HET PAVILJOEN IN VOORGESPANNEN BETON

061.41(493.2):725.91

Op de Wereldtentoonstelling te Brussel heeft Philips een eigen paviljoen laten bouwen, dat gelegen is naast het Nederlandse paviljoen. In het Philipspaviljoen wordt voor de bezoekers een spel van Licht en Geluid uitgevoerd, met de bedoeling om te demonstreren waartoe de techniek op enkele der belangrijkste werkterreinen van Philips: verlichtingskunde, akoestiek, elektronentechniek en automatisatie — thans in staat is, en tevens om een indruk te geven van de wijze waarop de kunstenaar in de toekomst zich misschien van deze technische middelen zal bedienen. Het idee om Philips op deze wijze in Brussel te laten meedoen, is afkomstig van Ir. L. C. Kalff, directeur voor artistieke zaken van het Philipsconcern; de uitvoering werd toevertrouwd aan de architect Le Corbusier. Deze heeft zich niet ertoe willen beperken, een gebouw voor het schouwspel te ontwerpen, maar hij heeft ook het scenario voor het spel geschreven, dat hij als „Elektronisch Gedicht" heeft betiteld en waarvoor de muziek werd gecomponeerd door Edgar Varèse. Dit spel met zijn licht- en geluidseffecten speelt zich nu enige tientallen keren per dag voor de menigten die de Expositie bezoeken af, en wel geheel automatisch, met besturing door een magnetische band met 15 commandosporen.

In een volgend nummer van dit tijdschrift zal op het spel, dat geproduceerd wordt door filmprojectoren, lampen en honderden luidsprekers, nader worden ingegaan en zullen de toegepaste technische hulpmiddelen worden beschreven. De artikelen in het onderhavige nummer daarentegen zijn gewijd aan het paviljoen zelf. Dit paviljoen, dat ontworpen is door Le Corbusier en

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

zijn medewerker Y. Xenakis, heeft van meet af aan de belangstelling van de architectenwereld gaande gemaakt door zijn merkwaardige conceptie en zijn fantastische vormen. Het gebouw is geheel samengesteld uit schalen in de vorm van hyperbolische paraboloïden. Ook de uitvoering van het gebouw in voorgespannen beton, voorgesteld en gerealiseerd door Dr. Ir. H. C. Duyster (directeur der N.V. „Strabed"), die op dit gebied is gespecialiseerd, is zeer belangwekkend door de oorspronkelijkheid en elegantie der toegepaste methodes. Alvorens zich in dit avontuur te storten — zo tekende Dr. Duyster zelf de situatie —, vroeg de N.V. „Strabed" advies aan Prof. Ir. C. G. J. Vreedenburgh van de Technische Hogeschool te Delft omtrent de spanningen die in de schalen onder de belasting door eigen gewicht, wind en sneeuw zouden kunnen optreden. Door Ir. A. L. Bouma en Ir. F. K. Ligtenberg werden in het Instituut T.N.O. te Rijswijk en het Stevin-laboratorium te Delft modelproeven uitgevoerd, ten einde aan Dr. Duyster zekerheid omtrent de mogelijkheid der geprojecteerde bouwwijze te verschaffen en hem de nodige gegevens voor de uitvoering te leveren.

De hierboven genoemde aspecten worden in de hieronder afgedrukte vier artikelen uitgewerkt: de conceptie van de architect, de wetenschappelijke grondslagen, de modelproeven, en de uitvoering van het gebouw.

*Bij het eerste artikel dient te worden aangetekend, dat Y. Xenakis, de kunstenaar aan wie de vormgeving van het paviljoen grotendeels te danken is, voor deze publikatie een beschrijving van de ontstaansgeschiedenis der architectuur van het paviljoen ter beschikking heeft gesteld. Naar de mening van de redactie had het echter weinig zin te trachten dit, in het Frans gestelde, betoog getrouwelijk in het Nederlands of een andere taal te vertalen: de welsprekendheid van des kunstenaars zeer persoonlijke stijl zou toch verloren gaan en de gevoelsinhoud van het origineel zou bij de vertaling kans lopen te worden vervormd. De redactie heeft zich derhalve ertoe bepaald in het eerste artikel de feitelijke inhoud van het artikel van Y. Xenakis zo goed mogelijk weer te geven *).*

Ook bij het tweede artikel zou de redactie een opmerking willen maken. Hoewel Prof. Vreedenburgh zo vriendelijk is geweest, zich veel moeite te getroosten om de gedachtegang van zijn artikel zo goed mogelijk begrijpelijk te maken voor de lezerskring van dit tijdschrift, ontveinzen wij ons niet dat vele lezers de details in dit, wel ver buiten het eigenlijke terrein van ons tijdschrift gelegen, artikel misschien minder goed zullen kunnen volgen. Anderzijds zal het artikel bij de vakman wellicht speciaal belangstelling wekken, doordat verscheidene voor de bouwkundige praktijk bruikbare formules en resultaten betreffende hypparschalen hier voor het eerst worden gepubliceerd.

*) Voor de lezers die gaarne de originele Franse tekst van het artikel zouden willen bezitten, wordt een aantal overdrukken uit het desbetreffende Franse nummer van dit tijdschrift ter beschikking gesteld.

I. HET ARCHITECTONISCHE ONTWERP VAN LE CORBUSIER EN XENAKIS VOOR HET PAVILJOEN

Bewerkt naar Y. XENAKIS †).

061.41 (493.2): 725.91

In hetgeen volgt, wordt een verslag gegeven van de gedachten die in de architectuur van het Philipspaviljoen zijn belichaamd, en van de etappes via welke het paviljoen zijn uiteindelijke vorm heeft gekregen. Dit verslag is een geautoriseerde verkorte weergave van een artikel van Y. Xenakis, van wiens hand ook de reeks tekeningen stamt die de bovengenoemde etappes in beeld brengen. Deze tekeningen vormen de hoofdschotel van het artikel.

Toen Le Corbusier in het begin van 1956 zich bereid verklaarde het paviljoen voor Philips te ontwerpen, stond hem een constructie voor ogen die een zeer vrij gevormde ruimte moest omsluiten, en die gerealiseerd moest worden door cement op een metaalgaas te spuiten dat aan een stellage zou zijn opgehangen. Het bouwwerk moest een dak bevatten alsmede oppervlakken waarop men voor de uitvoering van een spel van Licht en Geluid — het „Elektronische Gedicht" — beelden, kleurvlakken en filmscènes zou projecteren. In oktober 1956 werd door Xenakis onder leiding van Le Corbusier de nadere studie voor het paviljoen ter hand genomen [1]). Deze studie heeft tot resultaat gehad een gebouw dat gekenmerkt is door het uitsluitende gebruik van regeloppervlakken.

We zullen trachten dit resultaat, waartoe zowel praktische overwegingen als artistieke intuïtie hebben bijgedragen, begrijpelijk te maken.

Het eerste ontwerp

De plattegrond van het paviljoen werd op vrij eenvoudige wijze bepaald door de eisen die voor de uitvoering van het „Elektronische Gedicht" waren gesteld. Het spel moest 8 tot 10 minuten duren en men wilde het telkens laten bijwonen door 600 tot 700 personen, staande en gelijkmatig verdeeld over het gehele grondvlak van het paviljoen. Men moest derhalve een soort cirkel hebben met een oppervlakte van 400 tot 500 m², en met twee vrij grote tuit- of slurfvormige aanzetsels voor in- en uitgang.

Om bij de projectie van beelden of van kleurvlakken allerlei fantastische effecten, verglijdende kleuren of helderheden enz. te kunnen verkrijgen,

†) Parijs, rue de Sèvres 35.

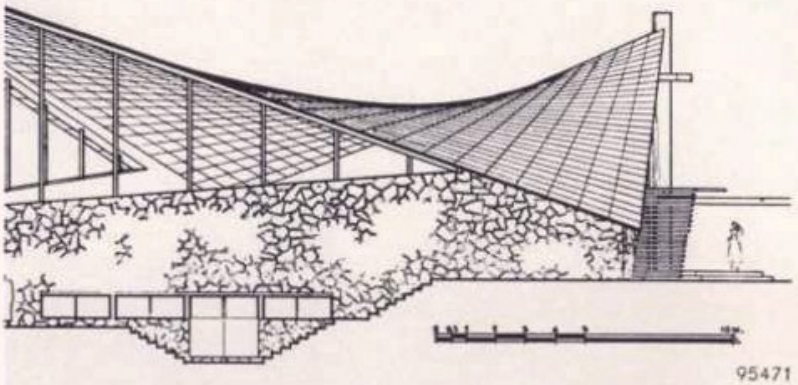
[1]) Een kort overzicht van deze studie werd reeds gegeven in: Y. Xenakis, Le Corbusier's „Elektronisches Gedicht" und der Philips Pavillon, Gravesaner Blätter **3**, 43-50, 1956 (no. 9).

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info

uw, die de platte-
edeelte van deze
ı zijn, zodat zij
:ken zouden ont-
liende te worden
d van kromming,
ıe gewelven heeft.
d in de richting
jke kromtestraal.

wordt verkregen door eveneens een rechte lijn die steeds evenwijdig met een gegeven vlak blijft, te laten glijden, maar nu langs twee elkaar kruisende rechte lijnen (rechte „richtkrommen"; niet te verwarren met de in II ingevoerde richtlijnen, $O\xi$ en $O\eta$ in fig. 1). Een schaal in de vorm van een hyppar is tot op zekere hoogte statisch berekenbaar en blijkt zeer opmerkelijke sterkte-eigenschappen te bezitten (zie artikel II in deze serie). Bovendien



e-Dame de la Solitude te Coyoacan (Mexico), met een betonnen
ı van een hyperbolische paraboloïde, gebouwd door de architect
ıtleend aan: F. Candela, Les voûtes minces et l'espace archi-
re d'aujourd'hui **27**, 22-27, maart 1956.)

: geschikt om aan
: ten einde volle-
scheppen van de
indrukken met
ın de niet-beheer-
ies tegen de wan-
geïsoleerde echo's
:n worden, zoveel
l dat evenwijdige
arlijk zijn wegens
. delen van bol-
ır zij lokale echo's

akken met zoveel
lag het voor de
, zadelvlakken
lpunten), en spe-
komende regel-
erzoekingen van
was de architect
/lakken, zoals de
noïde. De conoïde
ijn (beschrijvende
echte lijn en een
ı (richtkromme),
; met een gegeven
ıboloïde (hyppar)

lenen deze door rechte lijnen geproduceerde oppervlakken zich geredelijk voor een realisatie met rechte houten balken of in beton (zie artikel IV). Men had dergelijke oppervlakken dan ook reeds in verscheidene landen toegepast, met name voor dakconstructies; *fig. 1* toont een voorbeeld.

Het Philipspaviljoen bood de architect een unieke gelegenheid een compositie geheel uit de genoemde regeloppervlakken op te bouwen, en aldus een homogeen driedimensioneel omhulsel te scheppen, in die zin dat de drie dimensies hier werkelijk ieder een onafhankelijke rol te vervullen kregen — in tegenstelling met de conventionele architectuur, waarbij meestal de vorm van de plattegrond zich in elke doorsnede van het gebouw, hoog boven de grond, nog manifesteert. De realisatie van deze nieuwe architectonische gedachte echter moest aan intuïtie en vormgevoel worden overgelaten, in een proces dat niet met logische redeneringen te volgen is. We geven hiervoor het woord aan de architect, die in een serie schetsen, *fig. 2-10*, laat zien hoe hij tot zijn eerste ontwerp gekomen is.

Dit ontwerp (fig. 10) bevat een conoïde E; een oppervlak dat in hoofdzaak uit de twee conoïden A en D bestaat; de hyperbolische paraboloïden K en G; een verbindingskegel L en twee open driehoeken, de toegangen. Men ziet dat de twee pieken,

RECHERCHE DANS LE PLAN

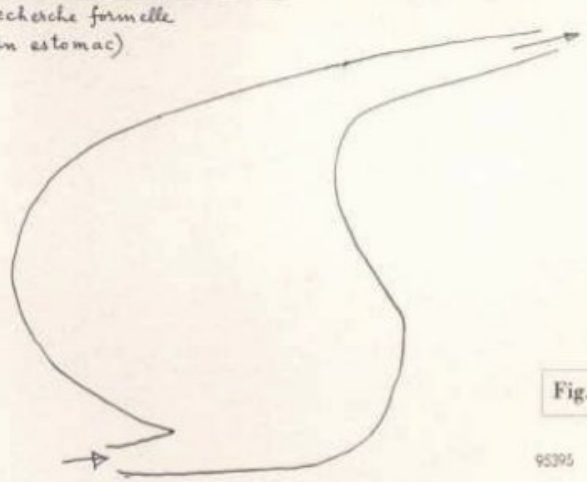
Enceinte circulaire contenant les m² nécessaires aux 600 à 700 personnes debout.
Deux boyaux, l'entrée et la sortie

95394

Fig. 2

1ère transformation du plan

Recherche formelle (un estomac)



95395

Fig. 3

Recherche spatiale

1er élément de surface 1ère pointe. Cette pointe est l'expression de la nature même de cette surface réglée. La surface est toujours limitée par deux droites: la directrice et la génératrice limite

1ère pointe

1ère surface réglée: conoïde E

Le problème consiste à couvrir l'estomac avec un nombre aussi restreint de surfaces réglées.

courbe plane libre: la moitié gauche de l'estomac

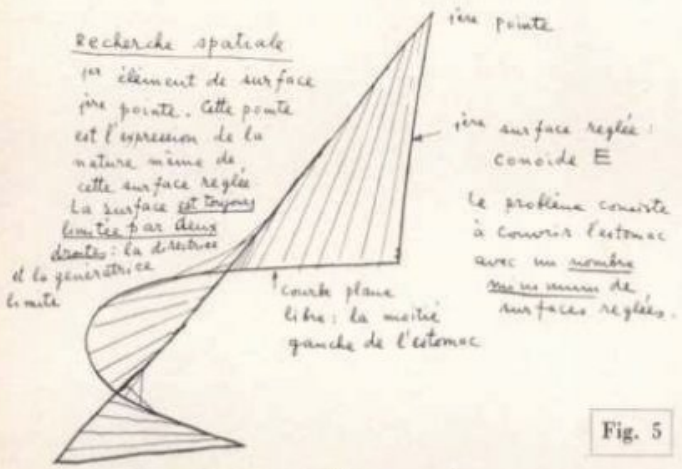


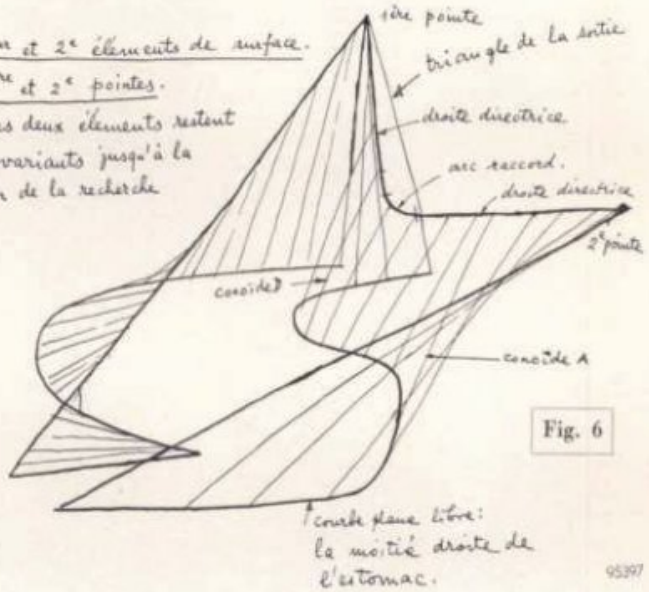
Fig. 5

Par ce postulat impliqué dans ces surfaces réglées, toute la plastique du Pavillon sera conditionnée. C'est pour cela que les pointes et leur équilibre plastique sont soulignés dans cet exposé.

95396

1er et 2e éléments de surface. 1ère et 2e pointes.

Ces deux éléments restent invariants jusqu'à la fin de la recherche

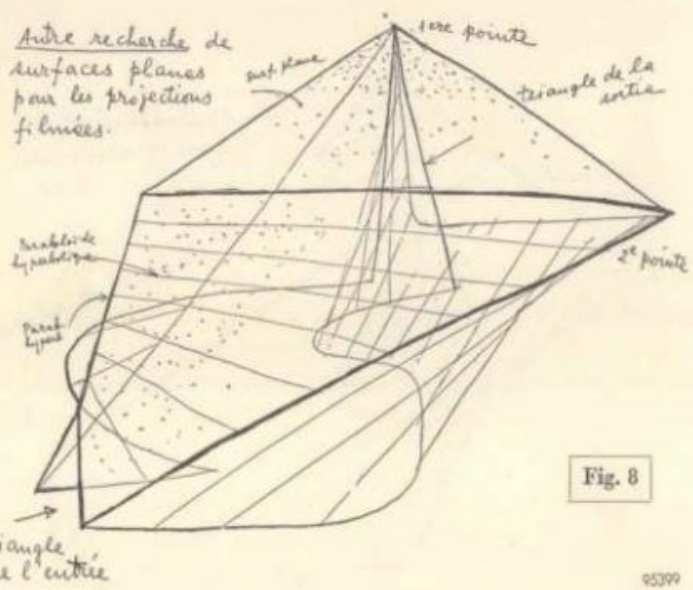


courbe plane libre: la moitié droite de l'estomac.

95397

Fig. 6

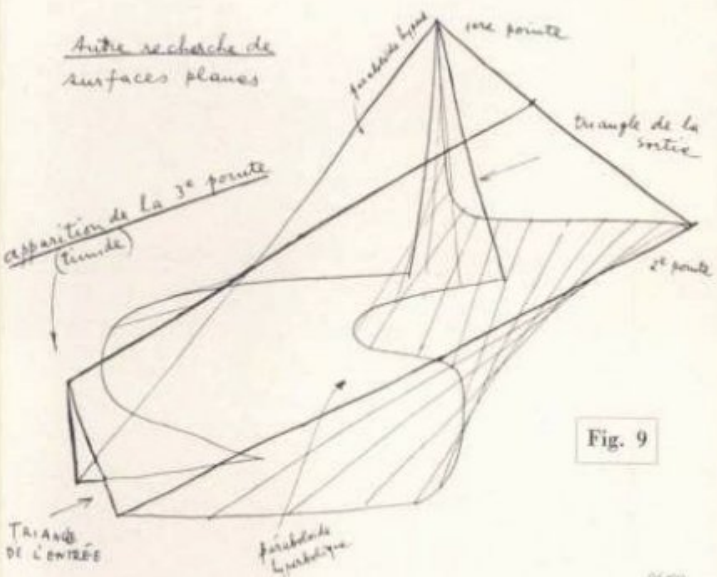
Autre recherche de surfaces planes pour les projections filmées.



95399

Fig. 8

Autre recherche de surfaces planes



95400

Fig. 9

Rectificatie. In het artikel van Y. Xenakis, verschenen in het vorige nummer van dit tijdschrift (Philips techn. T. **20**, 1958, no. 5), vervange men fig. 8 op het uitslagblad bij blz. 127 door de hierboven afgedrukte figuur.

Digitized in Heiloo the Netherlands

11/14/2023

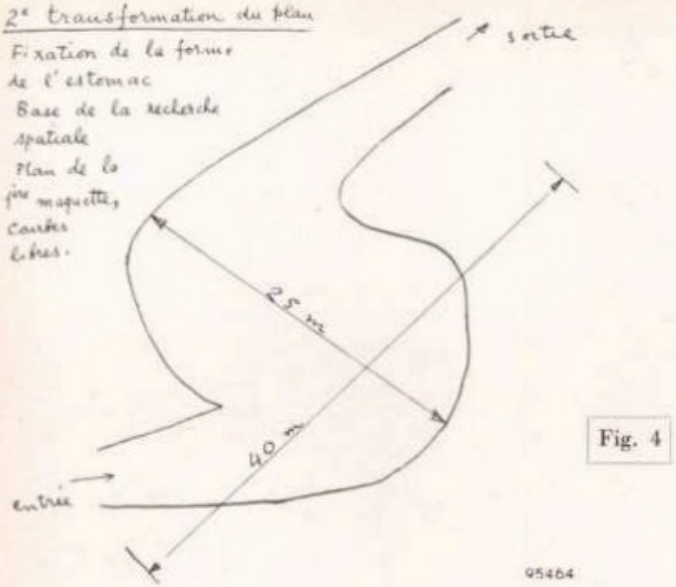


Fig. 4

Fig. 2-4. Ontwikkeling van de plattegrond.

Fig. 2. Cirkelvormige ruimte, twee slurven voor in- en uitgang.

Fig. 3. Nadere bepaling van de vorm; deze is, mede vanwege de functie — het opnemen en na enige tijd laten verderstromen van mensenmassa's —, door de architecten kortweg als „maag" (estomac) aangeduid.

Fig. 4. Uitgewerkte vorm van de plattegrond, die als grondslag voor het eerste ontwerp diende.

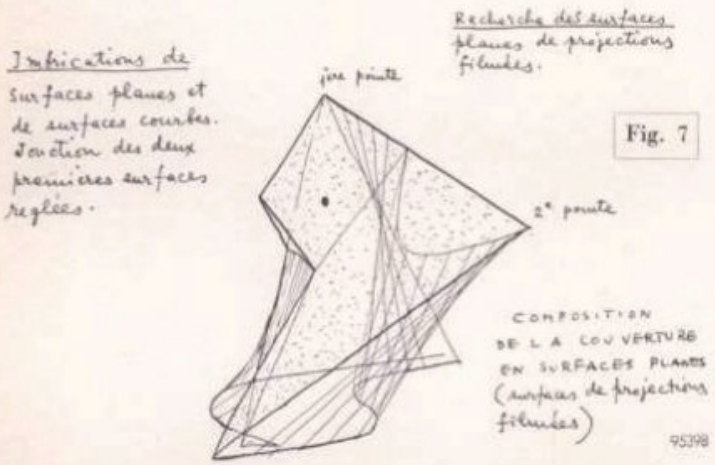

Recherche des surfaces planes de projections filmées.
Indications de surfaces planes et de surfaces courbes. Jonction des deux premières surfaces reglées.
1ère pointe
2e pointe
COMPOSITION DE LA COUVERTURE EN SURFACES PLANES (surfaces de projections filmées)
95398

Fig. 7

Fig. 5-10. Ontwikkeling van de ruimte, tot het eerste ontwerp.

Fig. 5. Grenskromme van de linkerhelft van de „maag". De bedoeling was, de plattegrond met een zo klein mogelijk aantal regeloppervlakken te overkappen. Door de grenskromme is hier een conoïde (*E*) gelegd; deze wand wordt door twee rechte lijnen begrensd: de rechte richtlijn (die door het linker eindpunt van de grenskromme gaat) en de uiterste beschrijvende (die door het rechter eindpunt van de grenskromme gaat). Zo ontstaat de eerste piek van het paviljoen.

Fig. 6. Door de grenskromme van de rechterhelft van de „maag" wordt eveneens een regeloppervlak gelegd, dat echter uit twee conoïden bestaat, *A* en *D*. De rechte richtlijn van *D* loopt door de eerste piek, de uiterste beschrijvende aan deze zijde vormt met die van *E* een driehoekige uitgangspoort. De rechte richtlijn van *A* loopt door een tweede piek en is door een boogje op die van *D* aangesloten.

De zo verkregen basisvorm blijft tot het eerste ontwerp, enigszins gewijzigd zelfs tot in het uitgevoerde gebouw, behouden. Een esthetisch evenwicht tussen de twee pieken te scheppen, wordt het hoofdprobleem van het paviljoen.

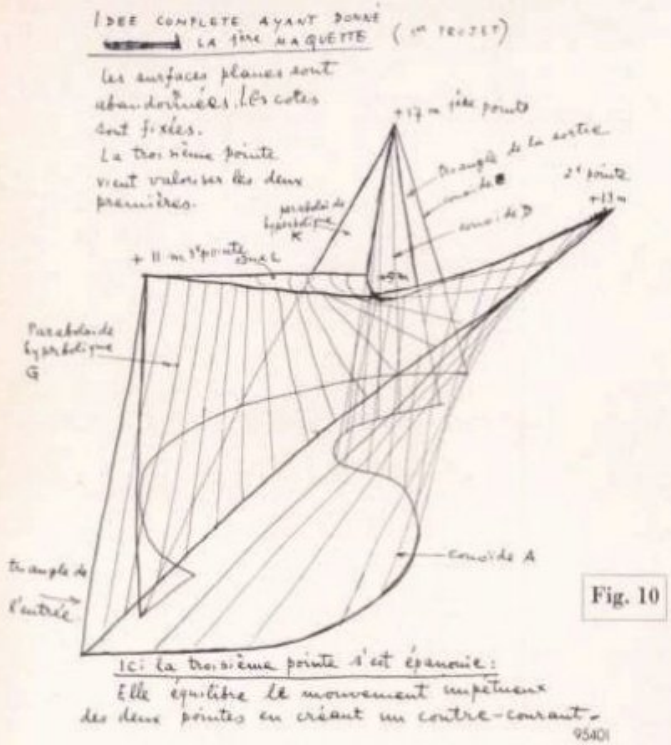

IDEE COMPLETE AYANT DONNÉ LA 1ère MAQUETTE (1er PROJET)
Les surfaces planes sont abandonnées. Les côtés sont fixes.
La troisième pointe vient valoriser les deux premières.
+17 m 1ère pointe
2e pointe
+13 m
+11 m 3e pointe
Paraboloïde hyperbolique G
conoïde A
1C: la troisième pointe s'est épanouie:
Elle équilibre le mouvement impétueux des deux pointes en créant un contre-courant.
95401

Fig. 10

Fig. 7. Poging, de ruimte tussen de eerst ontworpen regelvlakken te sluiten met platte vlakken (die als projectiewanden zouden kunnen dienen).

Fig. 8. Een andere poging. Boven de ingang is een kleine driehoekspoort gevormd, die geflankeerd wordt door twee hyperbolische paraboloïden (later *G* en *K* genoemd), het geheel afgedekt met een horizontaal topvlak.

Fig. 9. Verdere ontwikkeling van fig. 8. De derde piek begint zich schuchter af te tekenen.

Fig. 10. Het eerste ontwerp (zie ook de eerste maquette). Geen platte vlakken meer. De derde piek is vol ontwikkeld en schept door zijn tegengestelde verloop een tegenwicht voor de eerste twee pieken. De hoogten der drie pieken zijn vastgelegd. De derde piek en het verbindingsboogje der rechte richtlijnen van de conoïden *A* en *D* vormen resp. de top en de basis voor een stuk van een kegel *L*.

Not for sale!

11/14/2023

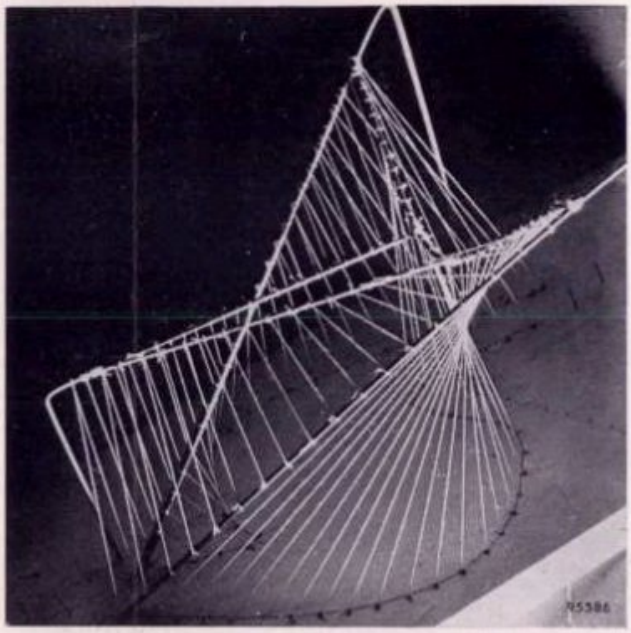


Foto Lucien Hervé

Fig. 11. De eerste maquette. Op het grondvlak is de „maag" uitgezet, de touwtjes geven de regelvlakken aan. De omgebogen einden van de staven (pianosnaren) die de doorsnijdingen der regelvlakken voorstellen, hebben geen structurele betekenis.

die door de twee richte lijnen ontstonden welke vanuit een der slurven omhoogrijzen, hier een tegenwicht vinden in een derde piek, die boven deze slurf uitsteekt.

Fig. 11 toont een maquette van dit eerste ontwerp. De ribben, waarin de oppervlakken elkaar doorsnijden, zijn in deze maquette door pianosnaren uitgebeeld, waarvan de omgebogen uiteinden in een plankje werden bevestigd, terwijl de oppervlakken zelf werden weergegeven door touwtjes tussen de ribben te spannen.

Het tweede ontwerp

In dit stadium werd door de architecten advies aan de ingenieurs van een Parijse aannemersmaatschappij gevraagd omtrent de wijze waarop men het gebouw zou kunnen verwezenlijken.

Met het oog op de geluidsisolatie eiste Philips voor de wanden een gewicht van 120 kg/m² (beton of cement van ongeveer 5 cm dikte). Een oplossing in de vorm van een tent, te vervaardigen van al of niet metallisch versterkt zeildoek of dergelijken, kwam derhalve niet in aanmerking. Onder deze omstandigheden meenden de geraadpleegde ingenieurs dat men het paviljoen niet zou kunnen bouwen zonder een tamelijk zwaar metaalskelet, volgens de pianosnaren van de maquette en met palen volgens de omgebogen, verticale, gedeelten van de snaren. Voorts achtten zij het in ieder geval gewenst de conoïden in hyperbolische paraboloïden om te zetten, ten einde het verloop van alle vlakken gemakkelijk exact te kunnen aangeven en zowel de statische berekening als d voudigen.

Dit advies werd door Le aanvaard, vooral aangezie het eerste ontwerp nog es vatte die toch al een herz

Voor de omzetting der o kis experimenteel te werk voudig instrument: twee onderling verbonden doc draadjes die in equidistan pennen waren bevestigd. D beschrijvenden van een hyp door de afstand tussen de l de pennen met elkaar make willekeurige draadjes. And positie van de hyppar ten o de begane grond vast. Voc oppervlakken van het pav proberenderwijs al de gen tijdig variëren, en zodra de fende oppervlak hem bevre de methodes van de besc een tekening vastleggen [2]). I de gekozen ligging van de en van twee paren corresp (b.v. de eindpunten van pennen bevestigde draadje verticale projectie aan te ge zijn immers alle paren c bepaald, en ieder paar geel De punten waarin deze bes tale vlak treffen, leveren de met het gebruikte gedeelte Deze doorsnijding kan een of een parabool zijn (dit pennen van het gebruikte het horizontale vlak bevin der pennen ligt *in* het hor speciaal geval een enkel pur ook verscheidene hyppars bruikte gedeelte de grond

De eerste stap bij de h ontwerp was het maken va de ligging der drie pieken i nischer proporties te verkri de tweede en de derde pi worden, de in het midden worden verruimd. De hoogt vastgesteld op respectieveli

[2]) Het behoeft wel geen betoog doeltreffend zou zijn, de hypp waarden van de coëfficiënten analytische meetkunde beken (vgl. II).

Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

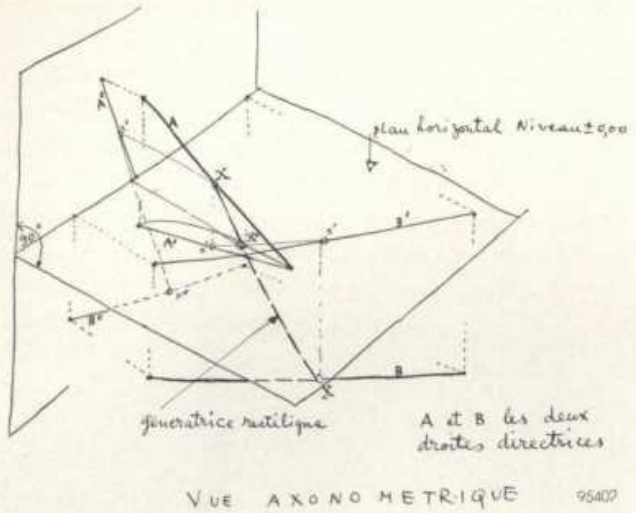


Fig. 12

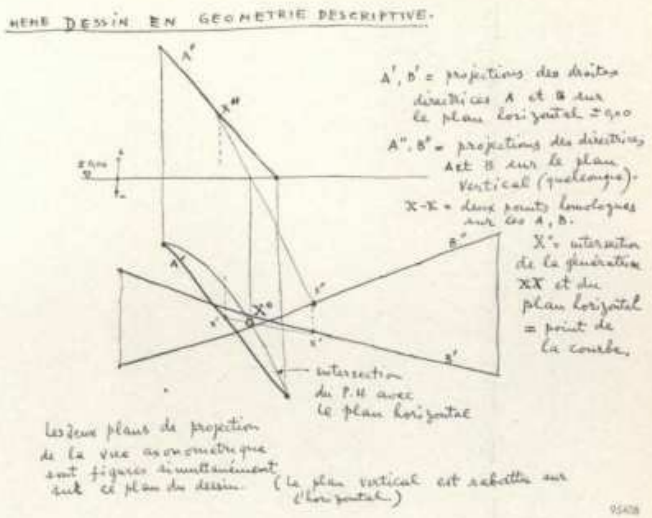

HENRI DESSIN EN GEOMETRIE DESCRIPTIVE.
A', B' = projections des droites directrices A et B sur le plan horizontal ±0,00
A'', B'' = projections des directrices A et B sur le plan Vertical (quelconque).
X-X = deux points homologues sur les A, B.
X° = intersection de la génératrice XX et du plan horizontal = point de la courbe.
intersection du P.H avec le plan horizontal
Les deux plans de projection de la vue axonométrique sont figurés simultanément sur ce plan de dessin. (Le plan vertical est rabattu sur l'horizontal.)
95408

Fig. 13

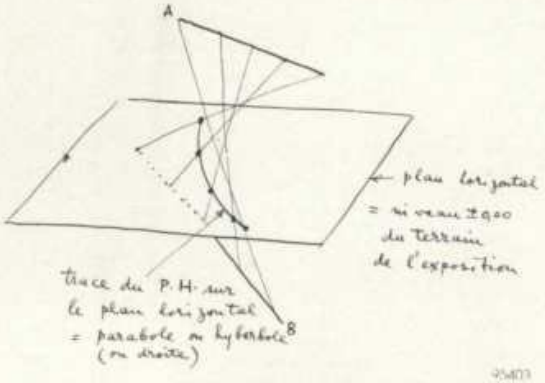

plan horizontal
= niveau ±0,00 du terrain de l'exposition
trace du P.H. sur le plan horizontal = parabole ou hyperbole (ou droite)
95403

Fig. 14

Fig. 12. Axonometrische voorstelling van de wijze waarop een hyperbolische paraboloïde in de beschrijvende meetkunde wordt getekend. Van de twee „rechte richtkrommen" A, B worden de projecties in het horizontale vlak (A', B') en in een verticaal vlak (A'', B'') gegeven, alsmede twee paren corresponderende punten, b.v. de eindpunten van A en B.

Fig. 13. Horizontale en verticale projecties van de „richtkrommen" A, B van een hyperbolische paraboloïde, als in fig. 12 aangeduid. Ook de projecties van een willekeurige beschrijvende, die twee corresponderende punten X, X op A en B verbindt, zijn getekend; deze beschrijvende doorboort het horizontale vlak in het punt X^0.

Fig. 14. De doorsnijding van een hyperbolische paraboloïde met het horizontale vlak wordt geconstrueerd uit de punten waarin een reeks beschrijvenden dit vlak treffen.

Vervolgens bepaalde de architect, door afwisselend met zijn hulptoestelletje te experimenteren en de gevonden vlakken op te tekenen, de hyppars die enerzijds zijn vormgevoel bevredigden en anderzijds doorsnijdingen met de begane grond opleverden die zo goed mogelijk bij de oorspronkelijke plattegrond aansloten.

In december 1956 was op deze wijze het tweede ontwerp geheel uitgewerkt en in tekeningen vastgelegd (*fig. 15* en *16*). Van dit ontwerp werd een nieuwe maquette vervaardigd (*fig. 17*).

Vergelijkt men het tweede ontwerp met het eerste, dan ziet men dat de hyppars G en K (die de belangrijkste vlakken voor de te projecteren beelden vormen) behouden zijn, terwijl de kegel L verbreed is en de conoïden A, E en D omgezet zijn in vijf hyppars A, E en B, N, D. Bovendien zijn twee nieuwe hyppars gevormd, C en F. De hyppar F, die tegen de hyppar E aan ligt, levert de nodige ruimte voor diverse voorzieningen (ventilatoren, toiletten, verblijf voor bedieningspersoneel) en voor de omvangrijke apparatuur waarmee de automatische uitvoering van het, enige malen per uur herhaalde, schouwspel in het paviljoen wordt bewerkstelligd.

Laatste wijzigingen

Toen Philips voor de realisatie van dit tweede ontwerp contact zocht met verscheidene aannemersmaatschappijen, bleek dat de meesten hiervan slechts een min of meer conventionele bouwwijze

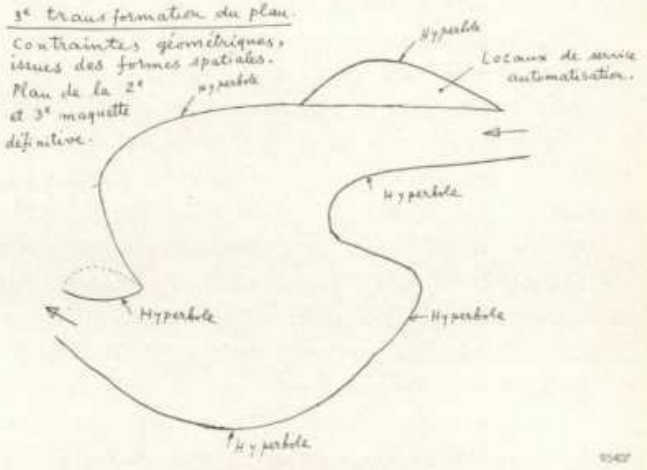


Fig. 15. De herziene plattegrond voor het tweede (en voor het definitieve) ontwerp. De grenskrommen zijn nu samengesteld uit stukken van hyperbolen. (Om praktische redenen zijn ingang en uitgang ten opzichte van het eerste ontwerp verwisseld.)

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

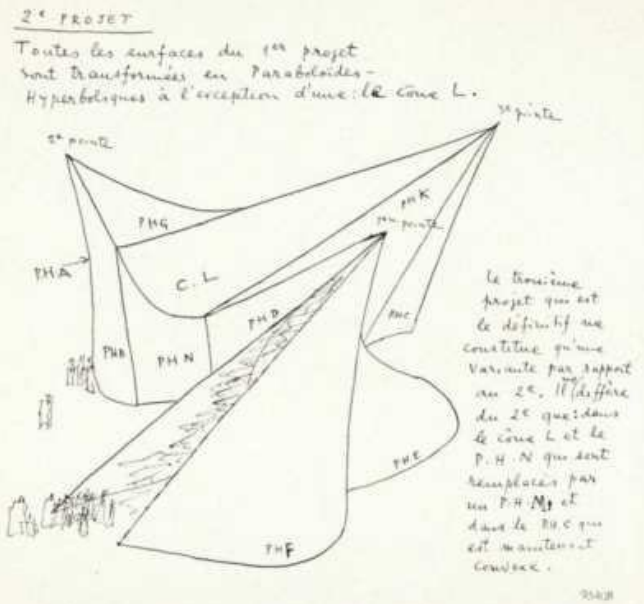

2e PROJET
Toutes les surfaces du 1er projet sont transformées en Paraboloïdes-Hyperboliques à l'exception d'une: le cône L.
3e pointe
2e pointe
1ère pointe
PH G
PH K
PH A
C. L
PH D
PH B
PH N
PH C
PH E
PH F
Le troisième projet qui est le définitif ne constitue qu'une Variante par rapport au 2e. Il diffère du 2e que: dans le cône L et le P.H.N qui sont remplacés par un P.H.N1 et dans le PH.C qui est maintenant convexe.

Fig. 16. Het tweede ontwerp. Alle vlakken van het eerste ontwerp, behalve de kegel L, zijn hier getransformeerd in hyperbolische paraboloïden, en er zijn twee nieuwe hyppars toegevoegd (F en C). Het ontwerp is hier van de tegenovergestelde kant gezien als in fig. 10; men realiseert zich dit het eenvoudigst als men op de kegel L let, waarvan de punt in deze schets rechts boven ligt. De eerste piek ligt hier vooraan.

wisten voor te stellen, die in dit geval wel in krasse tegenstelling stond tot de revolutionaire stijl van het bouwwerk: men dacht aan dubbelwandige schalen met een totale dikte van 80 cm, van hout, metaal of gips, die door meer of minder ingewikkelde stalen skeletten moesten worden gedragen. Alleen de Belgische aannemersmaatschappij N.V. „Strabed", onder de directie van Dr. Ir. H. C. Duyster, deed een voorstel dat buitengewoon goed strookte met de bedoelingen van de architect, en tegen een redelijke prijs. Dr. Duyster wilde het paviljoen bouwen als een schaal van voorgespannen beton van 5 cm dikte, die grotendeels zelfdragend zou zijn, d.w.z. met enkele palen die slechts ertoe moesten dienen de wanden een geringe extra-steun te verlenen. De bedoeling was, de vorm van het tweede ontwerp nauwkeurig te volgen, met slechts één, niet zeer belangrijke, afwijking: door een misverstand bij het bestuderen van de tekening van de architect, waarin de hyppars die de grond niet raakten slechts summier waren aangegeven, interpreteerde Dr. Duyster de kegel L en de hyppar N (fig. 16) als delen van een enkele hyppar, aangeduid als M. Door deze vereenvoudiging werd in feite de geometrische zuiverheid van het bouwwerk nog verbeterd. De zeer elegante methode volgens welke Dr. Duyster de regeloppervlakken van het paviljoen in beton dacht uit te voeren, is in het artikel IV van deze serie beschreven.

Ten slotte nog een wijziging, die uit een oogpunt van sterkte weinig te betekenen had, maar die van het grootste belang was voor het architectonische beeld van het gebouw. De constructie bevatte nog altijd palen, waarvan er één zich zelfs binnen de omsloten ruimte bevond, wat wel zeer hinderlijk was. De architect Xenakis stelde nu een geringe wijziging van de nieuwe hyppar M en van de hyppar B voor, ten einde het mogelijk te maken, alle palen weg te laten. In de doorsnijdingen van de hyppar

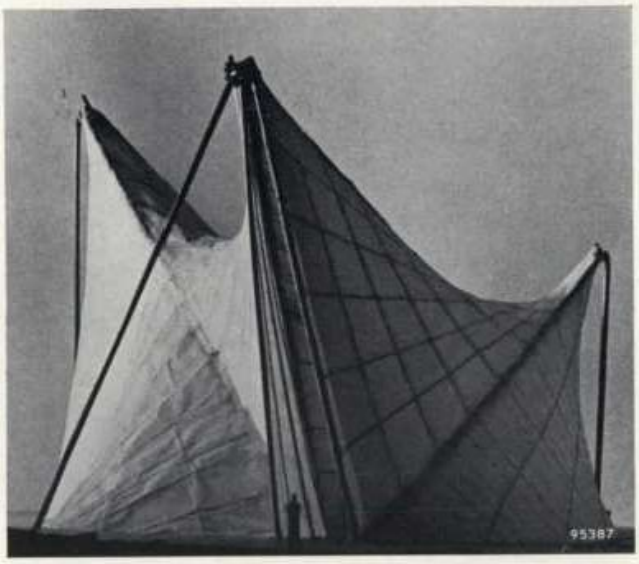


Foto Lucien Hervé

Fig. 17. De tweede maquette, gezien van de zijde die thans de uitgang vormt; de derde piek ligt vooraan.

bevonden zich immers ribben, die in staat moesten zijn de dragende functie der palen althans grotendeels over te nemen. De modelproeven (zie het artikel III) bevestigden dat in de gewijzigde vorm de palen geheel konden worden geschrapt: de construc-

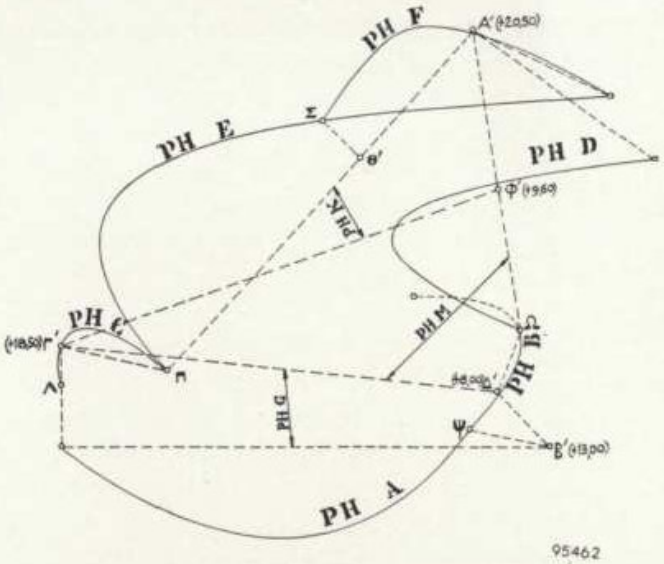


Fig. 18. Samenstellingstekening van het definitieve ontwerp (vergroot gedeelte van fig. 19).

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

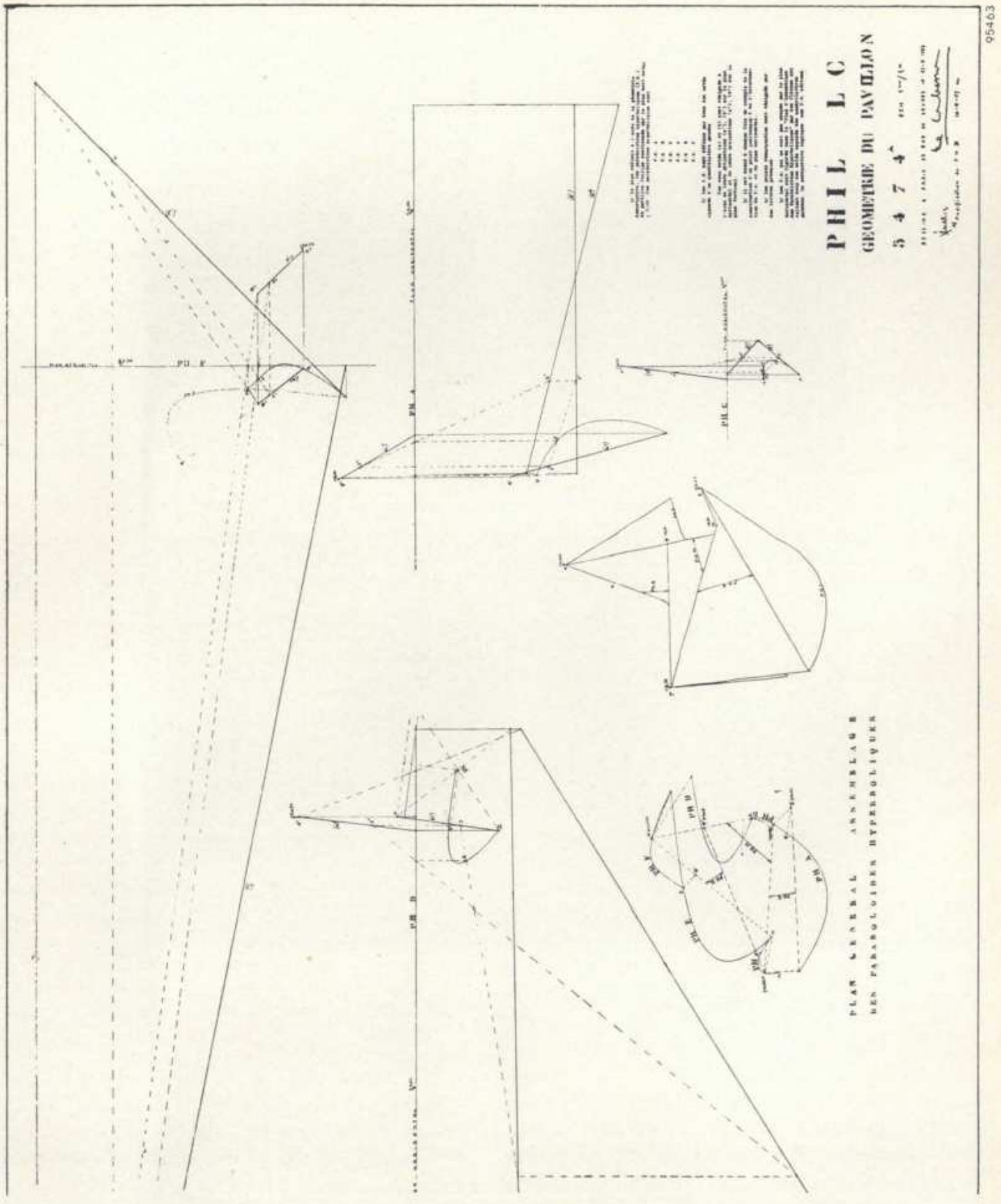


Fig. 19. Gedeelte van de constructietekening der wandvlakken van het definitieve ontwerp, gemaakt op schaal 1 : 200 en gesigneerd door de architecten Le Corbusier en Xenakis.

tie werd zelfdragend, d.w.z. ze bevatte geen dragende elementen meer die geen deel van de wandvlakken uitmaken. Om de derde piek, die zeer scheef hangt, beter te ondersteunen, werd nog de hyppar *C* aan de voet convex in plaats van concaaf gemaakt, en ten slotte werden de twee driehoekige openingen ten dele gesloten met hyppars, aansluitend op de reeds aanwezige. Op deze wijze ontstond de definitieve vorm van het paviljoen, vastgelegd door de constructietekeningen *fig. 18* en *19*. In deze vorm,

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

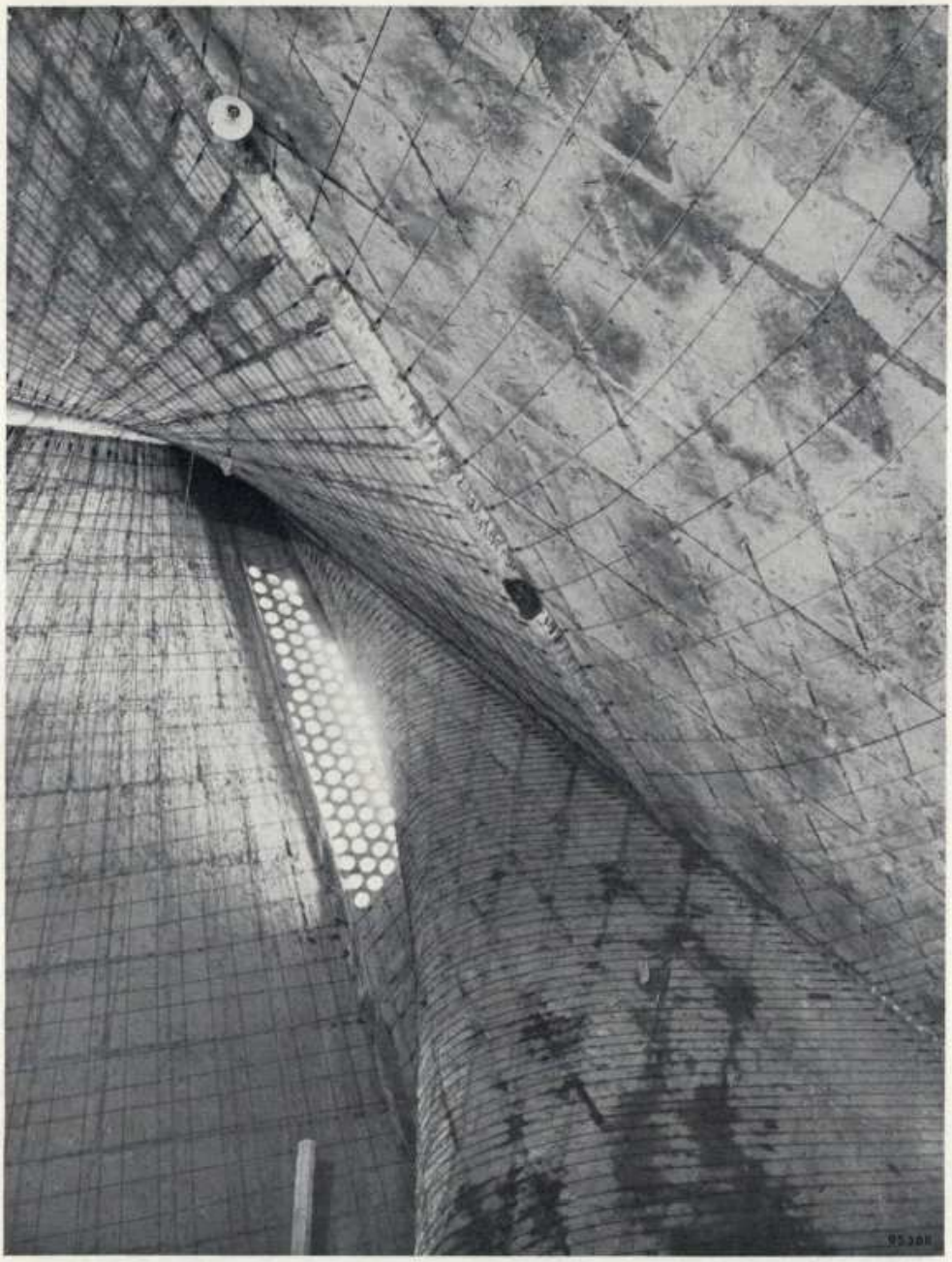


Fig. 20. Interieurfoto van het paviljoen. De spandraden op het beton, die de ruimtewerking ondersteunen, zijn bij de afwerking van het gebouw helaas aan het oog onttrokken door een bekleding, die o.a. voor de projectie der kleurvlakken en beelden vereist was.

zonder verdere wijzigingen, is het paviljoen door de N.V. „Strabed" gebouwd.

De interieurfoto *fig. 20*, die genomen werd vóór de spandraden van het beton door de inwendige bekleding aan het oog werden onttrokken, en de titelfoto (zie ook de foto fig. 11 in IV) geven een goede indruk van de merkwaardige ruimtewerking van het gebouw.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

II. DE HYPPARSCHAAL EN ZIJN MECHANISCHE EIGENSCHAPPEN

door C. G. J. VREEDENBURGH *).

624.023.744:061.41(493.2):725.91

Het was omstreeks het jaar 1935 dat Laffaille en Aimond de eerste studies publiceerden over de krachtsverdeling in hypparschalen, d.z. gebogen wanden, gevormd volgens hyperbolische paraboloïden, met een dikte die zeer gering is ten opzichte van de oppervlakteafmetingen [1][2]).

Tot voor een tiental jaren had de bouwkundige praktijk voor deze nieuwe soort van schalen, in tegenstelling met bolvormige en cilindrische schalen, weinig belangstelling. Blijkbaar kon men moeilijk wennen aan de zadelvorm (tegengestelde kromming in twee onderling loodrechte richtingen), welke niet verenigbaar scheen met de conventionele architectuur. Ook meende men dat de uitvoering veel kostbaarder zou blijken te zijn dan die van de gebruikelijke schalen.

Hierin is thans wel verandering gekomen. Mede door het baanbrekende werk van Candela in de U.S.A. [3]) en van Hruban in Tsjechoslowakije [4]) werd men er zich steeds meer van bewust dat de hypparschalen niet alleen over een grote sterkte en stabiliteit beschikken, maar ook zich zeer goed lenen voor een synthese tot fraaie architectonische vormen, die wonderwel stroken met verschillende tendensen in de moderne beeldende kunst. Wat dit betreft, heeft het in het voorgaande artikel beschreven ontwerp van Le Corbusier en Xenakis voor het Philipspaviljoen te Brussel, dat geheel uit hyperbolische paraboloïden is opgebouwd, wel bewezen dat de hypparschalen kunnen dienen voor de materialisering van de meest spectaculaire architectonische fantasie. Bovendien is men, wat de uitvoering betreft, in het laatste tiental jaren tot het inzicht gekomen dat zowel in hout als in gewapend en in voorgespannen beton de hyperbolische paraboloïde juist bijzonder goed te realiseren is, dank zij de hierop aanwijsbare twee stelsels van rechte lijnen [5]).

De hypparschaal heeft dus zijn intrede in de bouwkunst gedaan en is op allerlei plaatsen en voor allerlei gebouwen toegepast. Evenwel maken de betrekkelijke nieuwheid van deze bouwvorm en de grotere geometrische ingewikkeldheid van de zadelvlakken, dat de bouwkundige voor de uitvoering ervan veelal niet zal kunnen vertrouwen alleen op reeds opgedane ervaring en op zijn aanvoelingsvermogen, maar zal willen steunen op een wetenschappelijke analyse van het te verwachten mechanische gedrag van het bouwwerk. Eind januari 1957 heeft de N.V. „Strabed" in deze geest ons advies gevraagd omtrent het te bouwen Philipspaviljoen.

De spanningstoestanden die kunnen optreden in een dermate ingewikkeld samenstel van schalen en (op de doorsnijdingen der schalen aangebrachte) ribben, zijn voor een exacte berekening ten enenmale ontoegankelijk. Wij konden derhalve aan de N.V. „Strabed" op theoretische gronden slechts in algemene zin positief adviseren omtrent de realiseerbaarheid van het ontwerp en de geprojecteerde bouwwijze, terwijl voor een definitieve beantwoording van een aantal gestelde vragen, mede in verband met de korte beschikbare tijd, een modelonderzoek het aangewezen middel was. Dit modelonderzoek, uitgevoerd te Rijswijk en te Delft door A. L. Bouma en F. K. Ligtenberg, wordt in het derde artikel van deze serie beschreven. Toch lijkt het voor de belangstellende lezer gewenst, ook te laten zien hoe ver men met een berekening van de algemene spanningstoestanden in hypparschalen kan komen, en van welke aard de moeilijkheden zijn die in ingewikkelde gevallen ertoe nopen zijn toevlucht te nemen tot een aanvullend modelonderzoek.

De geometrie van de hypparschaal

Voor een goed begrip van de optredende krachtsverdeling in een hypparschaal is het nodig eerst iets in herinnering te brengen over zijn geometrie.

Ten opzichte van een rechthoekig assenkruis *Oxyz* (zie *fig. 1*) kan men de vergelijking van de

*) Hoogleraar aan de Technische Hogeschool te Delft.

1) B. Laffaille, Mémoire sur l'étude générale des surfaces gauches minces, Mém. Assoc. Int. Ponts et Charpentes **3**, 295-332, 1935.

2) F. Aimond, Etude statique des voiles minces en paraboloïde hyperbolique, Mém. Assoc. Int. Ponts et Charpentes **4**, 1-112, 1936.

3) F. Candela, Structural applications of hyperbolic paraboloidical shells, J. Amer. Concrete Inst., Title No. 51-20, januari 1955, blz. 397-415.

4) K. Hruban, Obecné řešení žlabových skořepin (De algemene theorie van zadelvormige schalen), Technische Hogeschool Brno, 1953.

5) Zie het derde en vierde artikel van deze serie. Een recent voorbeeld van een grote gelijmd-houten hypparschaal is de dakconstructie van het Informatiecentrum op het Brouckère-plein te Brussel.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

hyperbolische paraboloïde het best schrijven in de volgende vorm:

$$z = \frac{x^2}{2r_1} - \frac{y^2}{2r_2}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

O is dan de top van het oppervlak, Oz de as, terwijl xOz en yOz symmetrievlakken zijn die de hyppar

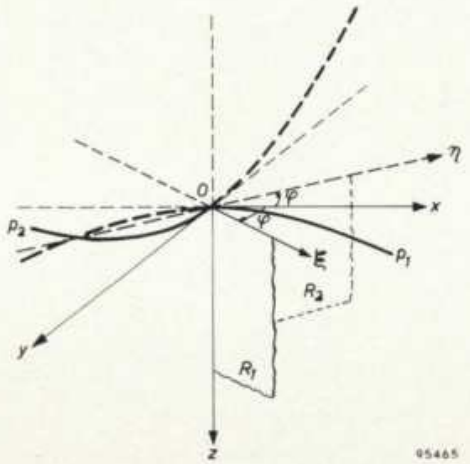


Fig. 1. Ter beschrijving van de hyperbolische paraboloïde. O = top; Oz = as; xOz en yOz zijn de symmetrievlakken; ξOz en ηOz zijn de richtvlakken (R_1 en R_2), waarmee de beide stelsels beschrijvende lijnen van het oppervlak evenwijdig lopen.

resp. snijden volgens de parabolen p_1 en p_2. De grootheden r_1 en r_2 welke in (1) voorkomen, zijn de kromtestralen van de parabolen p_1 en p_2 in de top O. Het vlak xOy snijdt het oppervlak volgens de rechte lijnen $O\xi$ en $O\eta$, welke men richtlijnen noemt. De as Ox is de bissectrice van de hoek 2φ tussen deze richtlijnen. Men heeft:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sqrt{r_2}}{\sqrt{r_1}}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Ten opzichte van het assenstelsel $O\xi\eta z$ (waarbij de assen $O\xi$ en $O\eta$ in het algemeen niet loodrecht op elkaar staan) is de vergelijking van de hyppar:

$$z = k\xi\eta \sin 2\varphi, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

indien

$$k = \frac{1}{\sqrt{r_1 r_2}}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

De beide vlakken, gaande door de as Oz en resp. de richtlijnen $O\xi$ en $O\eta$, noemt men de richtvlakken R_1 en R_2 van de hyppar. Uit verg. (3) ziet men dat alle vlakken evenwijdig met R_1 het oppervlak volgens rechte lijnen snijden, evenzo alle vlakken evenwijdig met R_2. De hyperbolische paraboloïde bevat dus twee stelsels beschrijvende lijnen. De lijnen van ieder stelsel lopen alle evenwijdig met het bijbehorende richtvlak, maar hun helling varieert met de afstand tot dit vlak (zie *fig. 2a*).

Beschouwt men een deel van het oppervlak van een hypparschaal, begrensd door twee beschrijvenden AB en CD van het ene stelsel en twee beschrijvenden AC en BD van het andere stelsel (zie fig. 2*b*), dan zal men dadelijk inzien dat een hyperbolische paraboloïde ook wordt verkregen wanneer een rechte (b.v. AC) die twee kruisende rechten snijdt (AB en CD), zich glijdende langs deze twee rechten verplaatst en daarbij evenwijdig blijft met een gegeven plat vlak (in casu het richtvlak waarmee AC en BD evenwijdig lopen).

Beschrijft men een parallellogram op twee aanliggende zijden (b.v. AB en AC), met als vierde hoekpunt E, dan noemt men het stuk DE de verkanting v van het hypparoppervlak $ABDC$, terwijl de lijn DE evenwijdig loopt met de as van de hyperbolische paraboloïde.

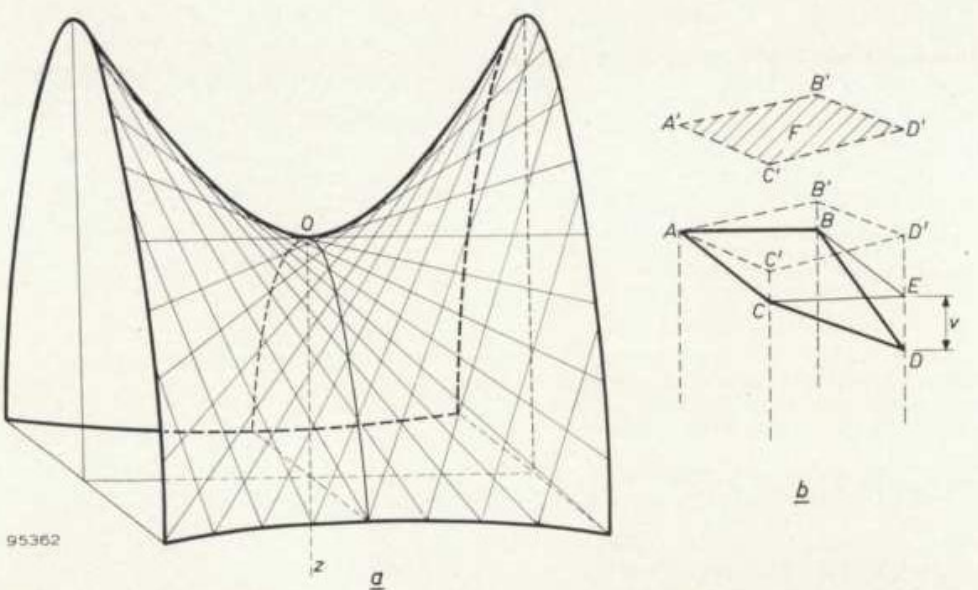


Fig. 2. *a*) Hyperbolische paraboloïde met de twee stelsels beschrijvenden. O = top, Oz = as. *b*) Deel van een hyperbolische paraboloïde, begrensd door vier beschrijvenden AB, CD, AC, BD. De verkanting is v, de specifieke verkanting $v/F = k = 1/\sqrt{r_1 r_2}$.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Projecteert men het oppervlak $ABDC$ op een vlak loodrecht op de asrichting DE, en is de oppervlakte van deze projectie (parallellogram $A'B'D'C'$) $= F$, dan noemt men de verhouding v/F de specifieke verkanting, welke grootheid identiek is met k volgens formule (4) en constant voor alle delen van de hypparschaal, begrensd door vier beschrijvenden. In de praktijk wordt k gewoonlijk bepaald door berekening van de specifieke verkanting.

Ten slotte kan de hyperbolische paraboloïde nog worden beschouwd als een translatieoppervlak. Keren we daartoe naar fig. 1 terug. Alle vlakken evenwijdig met het symmetrievlak xOz snijden het oppervlak blijkens verg. (1) volgens parabolen, die congruent zijn met p_1, terwijl alle vlakken evenwijdig met het symmetrievlak yOz snijkrommen geven, congruent met de parabool p_2. Men kan de hyppar dus ook ontstaan denken door parabool p_2 evenwijdig met zich zelf te verplaatsen met zijn top glijdend langs p_1, of wel door parabool p_1 evenwijdig te verplaatsen met zijn top glijdend langs p_2.

Snijdt men de hyppar met een vlak $z = +c$, dan krijgt men blijkens verg. (1) als snijkromme een hyperbool. Geprojecteerd op xOy, zijn $O\xi$ en $O\eta$ de asymptoten van deze hyperbool, met Oy als imaginaire as. Snijdt men de hyppar met een vlak $z = -c$, dan wordt de geprojecteerde snijkromme een hyperbool, weer met $O\xi$ en $O\eta$ als asymptoten, maar met Ox als imaginaire as.

In het bijzondere geval dat $\varphi = 45°$ ($O\xi$ en $O\eta$ staan dan loodrecht op elkaar), worden deze hyperbolen gelijkzijdig. Men noemt de hyppar dan gelijkzijdig.

Projecteert men van een willekeurige hyppar een aantal hyperbolen (niveaulijnen) en een aantal beschrijvenden op het vlak xOy, dan krijgt men een tekening als *fig. 3*.

Volledigheidshalve moge hier nog melding worden gemaakt van de eenbladige hyperboloïde, op welk oppervlak eveneens twee stelsels beschrijvende lijnen voorkomen. Deze lijnen lopen echter niet evenwijdig met twee richtvlakken, maar evenwijdig met de beschrijvenden van een kegeloppervlak, de zg. asymptotenkegel van de hyperboloïde. Hierdoor wordt de berekening van de krachtsverdeling in de hyperboloïdische schaal veel gecompliceerder dan voor de hypparschaal.

De membraantheorie van de hypparschaal

Krachten welke gelegen zijn in het middenvlak van een plaat of schaal, noemt men membraankrachten. (Onder het middenvlak verstaat men de meetkundige plaats van de middens van alle dikten van de plaat of schaal.) In tegenstelling met de vlakke plaat, die geen belasting loodrecht op zijn vlak kan opnemen in de vorm van membraankrachten, is dit bij een gekromde schaal wel mogelijk. In die gevallen waarin de bijbehorende vormveranderingen van de schaal ongestoord kunnen plaatshebben, is een krachtsoverbrenging uitsluitend door

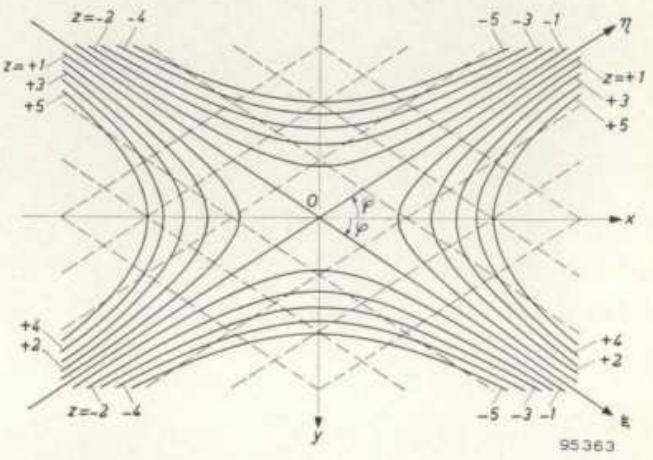


Fig. 3. Hyperbolische paraboloïde met niveaulijnen (hyperbolen) en beschrijvende rechten (stippellijnen), geprojecteerd op het vlak xOy.

membraankrachten een goede benadering van de werkelijke krachtsverdeling. Immers geeft een statisch mogelijke spanningsverdeling waarbij buiging en wringing vermeden worden (dus een quasi-tweedimensionele spanningsverdeling), met grote benadering de minimale vormveranderingsarbeid in de constructie. De gebruikelijke gang van zaken is dan ook, dat men begint met de krachtsverdeling in de hypparschaal te berekenen volgens de membraantheorie. Daarna zal men dan in het algemeen zo goed mogelijk correcties moeten aanbrengen in verband met de begrenzingen (randen) van de schaal, waar de vormveranderingen die het gevolg zijn van de membraanspanningstoestand, niet ongehinderd kunnen optreden. Zo heeft men bij het Philipspaviljoen de situatie dat, ter plaatse van de doorsnijding van ieder paar hypparoppervlakken, deze stijf met een rib zijn verbonden. De randvoorwaarde is hier dat de vormveranderingen van de rib dezelfde moeten zijn als die van de aansluitende schaalranden. Hierdoor ontstaan zg. randstoringen, welke straks in beschouwing zullen worden genomen.

De differentiaalvergelijkingen voor de membraanspanningstoestand kan men het best opstellen door evenwichtsbeschouwing voor een belast elementje in de richtingen ξ, η en z. We beschouwen daartoe een elementje van de schaal, begrensd door vier naburige beschrijvende lijnen, waarvan de projectie op het (horizontale) vlak $\xi O\eta$ een elementair parallellogram is met zijden $d\xi$ en $d\eta$

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

(zie *fig. 4*). De componenten van de belasting per horizontale oppervlakte-eenheid van de schaal in de richtingen $O\xi$, $O\eta$ en Oz zijn resp. p_ξ, p_η en p_z. De schuine membraankrachten per lengte-eenheid (zg. schaalkrachten, het analogon van de spanningen in de leer der spanningstoestanden) in het schaalelement zijn n_ξ, n_η en ϑ.

Men stelle verder de geprojecteerde schaalkrachten:

$$\left.\begin{aligned} \bar{n}_\xi &= n_\xi \frac{\cos\alpha}{\cos\beta}, \\ \bar{n}_\eta &= n_\eta \frac{\cos\beta}{\cos\alpha}, \\ \bar{\vartheta} &= \vartheta. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

De evenwichtsvoorwaarden resp. in de ξ-, η- en z-richting geven dan de volgende vergelijkingen:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial \bar{n}_\xi}{\partial \xi} + \frac{\partial \vartheta}{\partial \eta} + p_\xi \sin 2\varphi = 0, \\ &\frac{\partial \bar{n}_\eta}{\partial \eta} + \frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} + p_\eta \sin 2\varphi = 0, \\ &2\vartheta \frac{\partial^2 z}{\partial \xi\, \partial \eta} + \left(p_z - p_\xi \frac{\partial z}{\partial \xi} - p_\eta \frac{\partial z}{\partial \eta}\right) \sin 2\varphi = 0. \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

De uitdrukking tussen haken is de component $\bar{p}_z$ van de belasting wanneer deze ontbonden wordt volgens de z-richting en het raakvlak in het beschouwde punt van de schaal; men kan dus de derde vergelijking van (6) ook schrijven:

$$2\vartheta \frac{\partial^2 z}{\partial \xi\, \partial \eta} + \bar{p}_z \sin 2\varphi = 0. \quad \ldots \quad (7)$$

Een zeer eenvoudige oplossing wordt verkregen wanneer de belasting in de z-richting per horizontale oppervlakte-eenheid van de hypparschaal in alle punten constant is, $= \bar{g}$, terwijl $p_\xi = p_\eta = 0$. Uit verg. (3) volgt de zuiver geometrische betrekking:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial \xi\, \partial \eta} = k \sin 2\varphi.$$

Verg. (7) geeft dus voor het geval $\bar{p}_z = \bar{g}$:

$$\vartheta = -\frac{\bar{g}}{2k} = \text{constant}. \quad \ldots \quad (8)$$

Men ziet uit deze formule dat de schaalkracht ϑ omgekeerd evenredig is met k. In verband met (4) is het dus gunstig de kromtestralen r_1 en r_2 zo klein mogelijk te kiezen. Hoe sterker de schaal gekromd is, hoe gunstiger de spanningsverdeling.

Indien de schaal begrensd is door beschrijvende lijnen en bovendien de membraankrachten n_ξ en n_η hier nul mogen worden gesteld (slappe randleden), volgt verder uit de eerste twee verg. (6) dat in alle punten van de schaal deze krachten nul zijn.

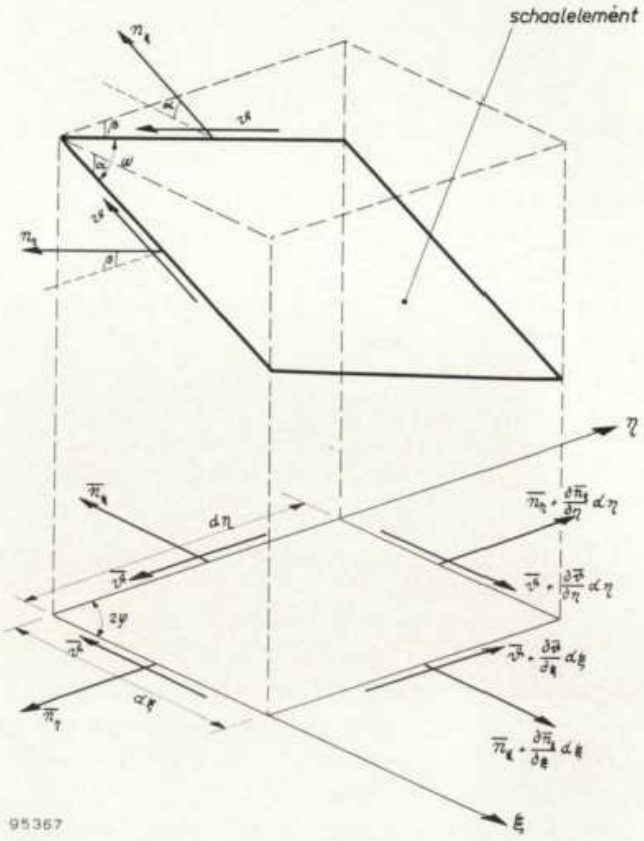


Fig. 4. Evenwicht van een schaalelement, met invoering van schuine geprojecteerde schaalkrachten. Schaalkrachten zijn krachten per eenheid van lengte van de schaal; de componenten van de schaalkrachten gelegen in het middenvlak van de schaal (membraanschaalkrachten), worden gewoonlijk met n en ϑ aangeduid. Deelt men een schaalkracht door de dikte van de schaal, dan krijgt men blijkbaar een spanning (kracht per eenheid van oppervlakte).

Een belasting, gelijkmatig verdeeld per horizontale oppervlakte-eenheid, wordt door een hypparschaal met verticale as en constante dikte dus in de vorm van constante schuifspanningen langs de beschrijvende lijnen naar de randleden overgebracht. De schaal is er dan nagenoeg een van gelijke weerstand, hetgeen betekent dat indien in één punt van de schaal de spanning de maximaal toelaatbare waarde bereikt, dit in alle punten het geval is. Daar de sterkte van het materiaal dan overal volledig wordt benut, is het duidelijk dat een constructie van gelijke weerstand een minimum aan materiaalverbruik vordert.

Een en ander kan nog worden toegelicht aan de hand van *fig. 5*, waar een eenvoudige schaalvorm is afgebeeld, bestaande uit vier kwadranten, ieder een deel vormend van een gelijkzijdige hyppar,

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

met ribben als randleden. Zoals in één van de kwadranten met stippellijnen is aangegeven, bevinden zich op het oppervlak parabolen met de bolle zijde naar boven en parabolen met de holle zijde naar boven. De eerste zijn drukparabolen en de laatste trekparabolen. De belasting van de schaal wordt nu voor de helft opgenomen door de drukparabolen en voor de andere helft door de trekparabolen. Beschouwt men een punt van een randlid, waar een trekparabool en een drukparabool bij elkaar komen, dan geven de reacties van beide tezamen een schuifkracht langs het randlid, zodat de ribben niet loodrecht op hun lengterichting worden belast. Deze wijze van krachtsoverbrenging heeft ook plaats wanneer de hypparschalen niet gelijkzijdig zijn. Hierdoor wordt het begrijpelijk dat bij het Philipspaviljoen de belasting grotendeels in de vorm van drukkrachten langs de ribben naar de voetpunten wordt overgebracht en dat derhalve de oorspronkelijk nodig geachte verticale ondersteuningen van de ribben uiteindelijk konden worden gemist.

De hier beschreven eenvoudige krachtsverdeling geldt alleen voor een belasting gelijkmatig verdeeld per horizontale oppervlakte-eenheid, zoals b.v. een sneeuwbelasting van constante dikte in verticale richting.

Voor het eigen gewicht van de schaal geldt de eenvoudige krachtsverdeling alleen bij benadering. Bedraagt dit gewicht g per oppervlakte-eenheid van de schaal, dan wordt de schaalkracht ϑ, voor een schaal met verticale as:

$$\vartheta = -\frac{g}{2k}\sqrt{\Phi}\,, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

waarin

$$\Phi = 1 + k^2(\xi^2 + \eta^2 - 2\xi\eta\cos 2\varphi). \quad (10)$$

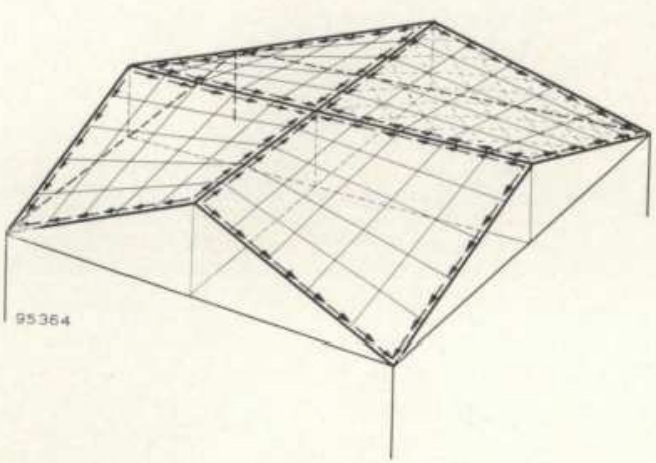


Fig. 5. Stelsel van vier gelijkzijdige hypparschalen, bij volle belasting, gelijkmatig verdeeld per horizontale oppervlakte-eenheid. De pijltjes geven de schuifkrachten aan, zoals deze op de stijve randleden worden overgebracht.

Indien de normalen van het schaaloppervlak geen al te grote hoek maken met de as ($\leqq 15°$), kan $\Phi = 1$ worden gesteld. Verder vindt men:

$$\left.\begin{aligned} \bar{n}_\xi &= -\frac{g}{2k}\cos 2\varphi\sqrt{\Phi} + \\ &\quad + \tfrac{1}{2}g\eta\sin^2 2\varphi\ln[\sqrt{\Phi} + k\xi - k\eta\cos 2\varphi] + f_1(\eta)\,, \\ \bar{n}_\eta &= -\frac{g}{2k}\cos 2\varphi\sqrt{\Phi} + \\ &\quad + \tfrac{1}{2}g\xi\sin^2 2\varphi\ln[\sqrt{\Phi} + k\eta - k\xi\cos 2\varphi] + f_2(\xi)\,. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (11)$$

De integratiefuncties $f_1(\eta)$ en $f_2(\xi)$ moeten uit de randvoorwaarden worden bepaald.

Zo kan men ook de membraankrachten berekenen voor een constante belasting w per eenheid van schaaloppervlakte, overal gericht volgens de normaal van de schaal. Een dergelijke belasting wordt nl. dikwijls als windbelasting aangenomen. Men vindt dan:

$$\vartheta = -\frac{w\Phi}{2k}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

$$\left.\begin{aligned} \bar{n}_\xi &= wk(2\xi\eta - \xi^2\cos 2\varphi) + f_3(\eta)\,, \\ \bar{n}_\eta &= wk(2\xi\eta - \eta^2\cos 2\varphi) + f_4(\xi)\,. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (13)$$

Uit de boven gegeven formules ziet men, dat, in tegenstelling met een sneeuwbelasting, zowel bij belasting door eigen gewicht als door wind de schaalkrachten ϑ niet meer constant zijn, terwijl nu ook de schaalkrachten n een rol gaan spelen.

Heeft men de geprojecteerde schaalkrachten $\bar{n}_\xi$ en $\bar{n}_\eta$ berekend, dan zijn door de betrekkingen (5) ook de werkelijke schaalkrachten n_ξ en n_η bekend. Hierbij bedenke men dat (zie fig. 4):

$$\left.\begin{aligned} \cos\alpha &= \frac{1}{\sqrt{1 + (\partial z/\partial\xi)^2}}\,, \\ \cos\beta &= \frac{1}{\sqrt{1 + (\partial z/\partial\eta)^2}}\,. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (14)$$

Voor de beoordeling van de sterkte van de constructie moeten ten slotte uit de werkelijke schaalkrachten, voor een aantal karakteristieke punten van de schaal, de hoofdschaalkrachten [6]) worden bepaald in grootte en richting. Hiertoe is het nog nodig in het beschouwde punt de hoek ω tussen de beschrijvende lijnen (zie fig. 4) te kennen. Deze

[6]) Gedefinieerd analoog met de hoofdspanningen in de tweedimensionele spanningsleer, nl. als de schaalkrachten in die vlakjes waarin geen schuifkrachten doch alleen normaalkrachten aanwezig zijn (deze zijn dan tevens de grootste en de kleinste in het beschouwde punt aanwezige schaalkrachten).

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

kan worden berekend met behulp van de formule:

$$\cos\omega = \frac{(\partial z/\partial\xi)\,(\partial z/\partial\eta) + \cos 2\varphi}{\sqrt{[1+(\partial z/\partial\xi)^2][1+(\partial z/\partial\eta)^2]}}. \qquad (15)$$

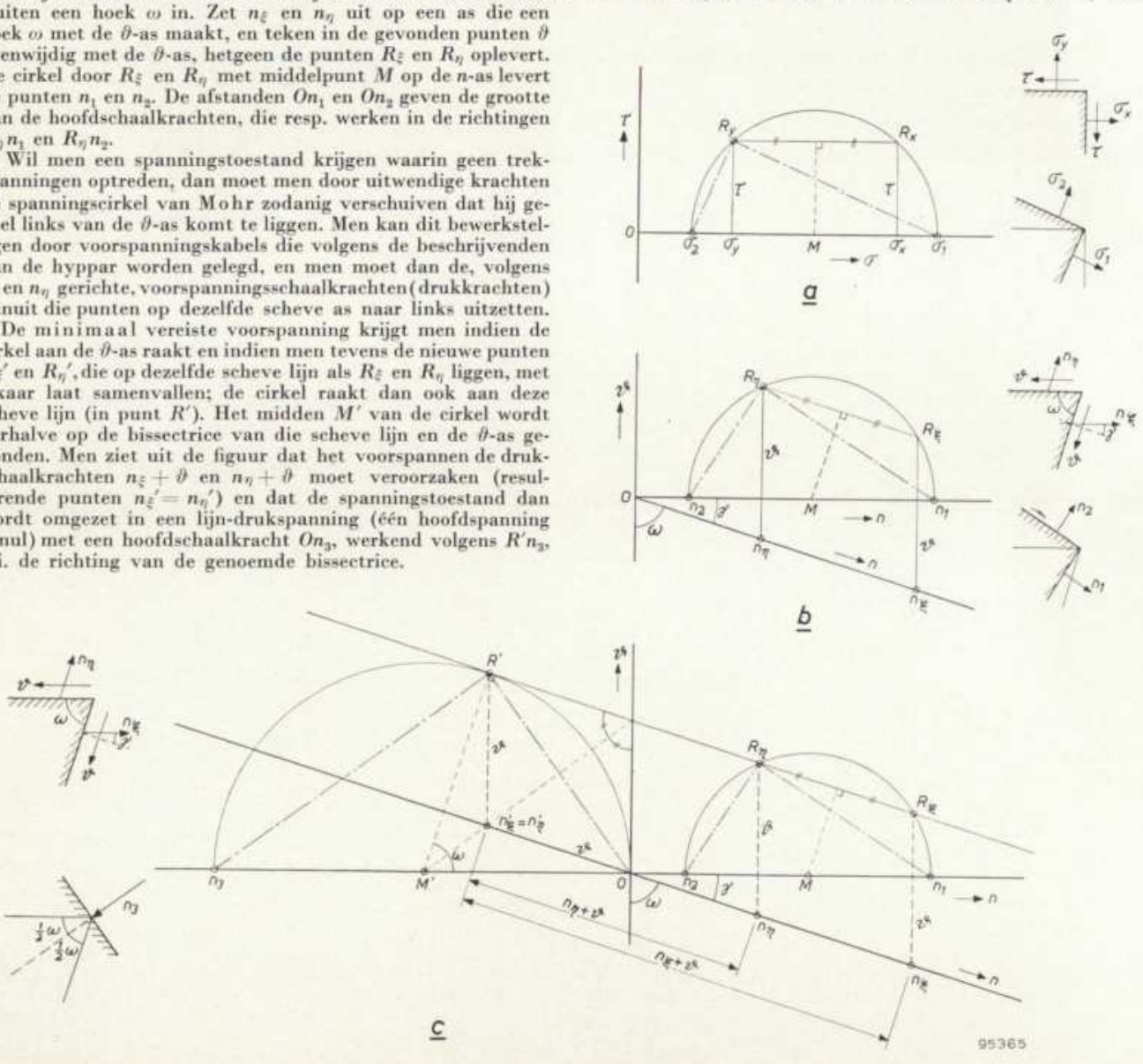
Daar men hier te doen heeft met scheve schaalkrachten c.q. spanningen, moet de gebruikelijke cirkelconstructie van Mohr iets worden gewijzigd. In *fig. 6a* is de gewone constructie van Mohr voor een vlakke spanningstoestand gegeven, om uit de normaalspanningen σ_x en σ_y en de schuifspanning τ, werkende in twee onderling loodrechte vlakte-elementjes (beide loodrecht op het spanningsloze vlak), de hoofdspanningen σ_1 en σ_2 te bepalen in richting en grootte. Fig. 6*b* toont de gewijzigde constructie om uit de scheve schaalkrachten n_ξ, n_η en ϑ, werkende in twee schaalelementjes die een scherpe hoek ω met elkaar maken, de hoofdschaalkrachten n_1 en n_2 te bepalen in richting en grootte [7]).

Men kan vervolgens in het middenvlak van de schaal twee stelsels kromme lijnen tekenen zodanig dat in ieder snijpunt de twee raaklijnen, aan de krommen getrokken, samenvallen met de richtingen van de in dat punt optredende hoofdschaalkrachten n_1 en n_2. Deze krommen zijn dan de hoofdschaalkracht-trajectoriën; men spreekt ook wel van

[7]) C. G. J. Vreedenburgh, Hypparschalen; bewerkt door W. Grijm, Centr. Comm. Studiebelangen, Delft 1954, blz. 17-26.

Fig. 6. *a*) Constructie volgens Mohr, voor een vlakke spanningstoestand. Hiermede worden de hoofdspanningen σ_1 en σ_2 in een bepaald punt gevonden uit de normaalspanningen σ_x en σ_y en de schuifspanning τ in twee onderling loodrechte vlakte-elementjes in dat punt. Men zet σ_x en σ_y uit op de σ-as, en loodrecht hierop τ, hetgeen de punten R_x en R_y oplevert. De cirkel door R_x en R_y met middelpunt M op de σ-as, levert de punten σ_1 en σ_2. De afstanden $O\sigma_1$ en $O\sigma_2$ geven de grootte van de hoofdspanningen, die resp. werken in de richtingen $R_y\sigma_1$ en $R_y\sigma_2$.
b) Wijziging van de constructie van Mohr, om te kunnen uitgaan van spanningen (of, daar het hier om een membraanspanningstoestand gaat: schaalkrachten, n_ξ en n_η; zie fig. 4) die vallen langs de door een punt van de hyppar gaande beschrijvenden. De vlakte-elementjes waarin deze schaalkrachten werken, staan dus niet loodrecht op elkaar, doch sluiten een hoek ω in. Zet n_ξ en n_η uit op een as die een hoek ω met de ϑ-as maakt, en teken in de gevonden punten ϑ evenwijdig met de ϑ-as, hetgeen de punten R_ξ en R_η oplevert. De cirkel door R_ξ en R_η met middelpunt M op de n-as levert de punten n_1 en n_2. De afstanden On_1 en On_2 geven de grootte van de hoofdschaalkrachten, die resp. werken in de richtingen $R_\eta n_1$ en $R_\eta n_2$.
c) Wil men een spanningstoestand krijgen waarin geen trekspanningen optreden, dan moet men door uitwendige krachten de spanningscirkel van Mohr zodanig verschuiven dat hij geheel links van de ϑ-as komt te liggen. Men kan dit bewerkstelligen door voorspanningskabels die volgens de beschrijvenden van de hyppar worden gelegd, en men moet dan de, volgens n_ξ en n_η gerichte, voorspanningsschaalkrachten (drukkrachten) vanuit die punten op dezelfde scheve as naar links uitzetten.

De minimaal vereiste voorspanning krijgt men indien de cirkel aan de ϑ-as raakt en indien men tevens de nieuwe punten R_ξ' en R_η', die op dezelfde scheve lijn als R_ξ en R_η liggen, met elkaar laat samenvallen; de cirkel raakt dan ook aan deze scheve lijn (in punt R'). Het midden M' van de cirkel wordt derhalve op de bissectrice van die scheve lijn en de ϑ-as gevonden. Men ziet uit de figuur dat het voorspannen de drukschaalkrachten $n_\xi + \vartheta$ en $n_\eta + \vartheta$ moet veroorzaken (resulterende punten $n_\xi' = n_\eta'$) en dat de spanningstoestand dan wordt omgezet in een lijn-drukspanning (één hoofdspanning is nul) met een hoofdschaalkracht On_3, werkend volgens $R'n_3$, d.i. de richting van de genoemde bissectrice.



Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

hoofdspanningstrajectoriën, daar immers de schaalkracht gedeeld door de dikte van de schaal de spanning geeft.

Indien men voorgespannen beton toepast, doet zich onder meer de vraag voor, welke spankrachten men in de kabels (gelegd in de richting der beschrijvende lijnen) ten minste moet aanbrengen, met andere woorden: welke schaaldrukkrachten men ten minste resp. in de ξ- en in de η-richting op de spanningstoestand moet superponeren, opdat in geen enkel vlakte-elementje door het beschouwde punt meer een trekspanning voorkomt. De grafische oplossing van dit probleem is in fig. 6c gegeven.

Randstoringen

Zoals reeds hierboven werd opgemerkt, kan de schaal in de buurt van stijve randleden niet ongestoord de vormveranderingen ondergaan welke het gevolg zijn van de membraanspanningstoestand. Denkt men zich nl. het randlid een ogenblik losgemaakt van de schaal, zodat de bedoelde vormveranderingen wèl ongehinderd kunnen plaatsvinden, dan zouden schaalrand en randlid niet meer passend aaneensluiten. Dit laatste kan alleen worden bewerkstelligd wanneer het randlid op de schaalrand krachten (normaal-, schuif- en dwarskrachten) en momenten (buigende en wringende) uitoefent en omgekeerd de schaal op het randlid tegengestelde krachten en momenten, zodanig dat de daarmede gepaard gaande bijkomende vormveranderingen een volkomen aanpassing mogelijk maken. De berekening van deze randstoringen, welke op de membraanspanningstoestand moeten worden gesuperponeerd, behoort tot de moeilijkste problemen van de schalentheorie.

Vervangt men de hypparschaal in een klein gebied door een translatieschaal van cirkels met de stralen r_1 en r_2, dan geldt bij flauwe krommingen voor het randstoringsprobleem (bij benadering) de volgende differentiaalvergelijking:

$$\triangle\triangle\triangle\triangle w =$$

$$= -\frac{D}{K}(1-\nu^2)\left[\frac{1}{r_2^2}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \frac{2}{r_1 r_2}\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{1}{r_1^2}\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right]. \quad (16)$$

Hierbij is:

w = verplaatsing van een schaalpunt in de richting van de normaal,

$$\triangle = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \qquad D = \frac{E\delta}{1-\nu^2}, \qquad K = \frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)},$$

δ = dikte van de schaal,
E = elasticiteitsmodulus,
ν = coëfficiënt van Poisson.

De grootheden D en K stellen resp. de rekstijfheid en de buigingsstijfheid van de schaal voor.

Is w bekend, dan kan verder de gehele krachtsverdeling worden gevonden. Men vindt dat de storingen die van de randpunten uitgaan, steeds bestaan uit de superpositie van twee golven, die beide in vele gevallen snel uitdempen, zodat op enige afstand van de randleden weinig meer van de randstoring is te bemerken.

Mede in verband met het feit dat een berekening gebaseerd op verg. (16) wel zeer gecompliceerd is, en bij ingewikkelde randvoorwaarden zoals bij het Philipspaviljoen zelfs onuitvoerbaar, lijkt de volgende benadering voor de berekening van de orde van grootte der randstoringen in hypparschalen voor de praktijk alleszins voldoende. Deze rekenwijze is gebaseerd op het feit dat, wat de buigingsverschijnselen in een schaal betreft, deze kan worden vergeleken met een plaat op elastische bedding. Denkt men zich dus een strook van de hypparschaal loodrecht op het randlid, dan gedraagt deze strook zich bij benadering als een ligger op elastische bedding. Zijn de hoofdkrommingen van de hypparschaal ter plaatse van het beschouwde randpunt resp. k_1 en k_2 [8]), dan is de tegendrukcoëfficiënt voor de equivalente ligger op elastische bedding ongeveer:

$$c = E\delta\,(k_1^2 + k_2^2). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

(Onder de tegendrukcoëfficiënt van een elastische bedding wordt verstaan de tegendruk per oppervlakte-eenheid welke ontstaat bij de eenheid van indrukking. Hoe groter c is, hoe groter de stijfheid van de bedding.)

Het verloop van de randstoring, thans uitsluitend bepaald door het buigend moment m en de dwarskracht q, beide per lengte-eenheid van de schaal, kan nu op eenvoudige wijze worden berekend. Het blijkt dat men het verloop van de randstoringen kan beschrijven door een „golflengte" en een „demping", die beide bepaald worden door een karakteristieke lengte

$$\lambda = \frac{0{,}76\sqrt{\delta}}{\sqrt[4]{k_1^2 + k_2^2}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

Men kan aannemen dat op een afstand van ongeveer $3{,}5\lambda$ van de rand de invloed van de storing kan worden verwaarloosd. Uit (18) ziet men dat de storingsgebieden des te kleiner zijn naarmate de schaaldikte kleiner en de hoofdkrommingen groter (hoofdkromtestralen kleiner) zijn.

[8]) Bij een hyperbolische paraboloïde vallen de hoofdkromterichtingen in een bepaald punt samen met de bissectrices van resp. de scherpe hoek, gevormd door de twee beschrijvende lijnen door dat punt gaande, en diens supplement.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Is de belasting van de schaal loodrecht op zijn vlak = p, dan worden, wanneer de bevestiging van de schaal in het randlid als een volkomen stijve inklemming kan worden beschouwd, het verloop (als functie van de afstand x tot de rand) van het randstoringsmoment m en dat van de randstoringsdwarskracht q, beide per eenheid van lengte van de schaal, zoals in *fig. 7* is aangegeven. Men ziet uit de bijgeschreven formules dat iedere storing nu verloopt als één gedempte golf, die men kan beschouwen als de resultante van de twee golven die aan verg. (16) voldoen. De demping is des te sterker naarmate de karakteristieke lengte λ kleiner is. In dit geval van een volkomen inklemming aan de rand wordt het negatieve inklemmings-schaalmoment:

$$m_0 = \tfrac{1}{2} p \lambda^2, \quad \ldots\ldots \quad (19)$$

en de oplegreactie per eenheid van lengte (= de schaaldwarskracht ter plaatse van de inklemming):

$$q_0 = p\lambda. \quad \ldots\ldots \quad (20)$$

Is de schaal aan de rand scharnierend opgelegd, dan wordt de oplegreactie:

$$q_0 = \tfrac{1}{2} p \lambda, \quad \ldots\ldots \quad (21)$$

en het maximale (positieve) schaalmoment, dat voorkomt op een afstand $0{,}785\lambda$ van het randlid:

$$m = 0{,}16\, p\lambda^2. \quad \ldots\ldots \quad (22)$$

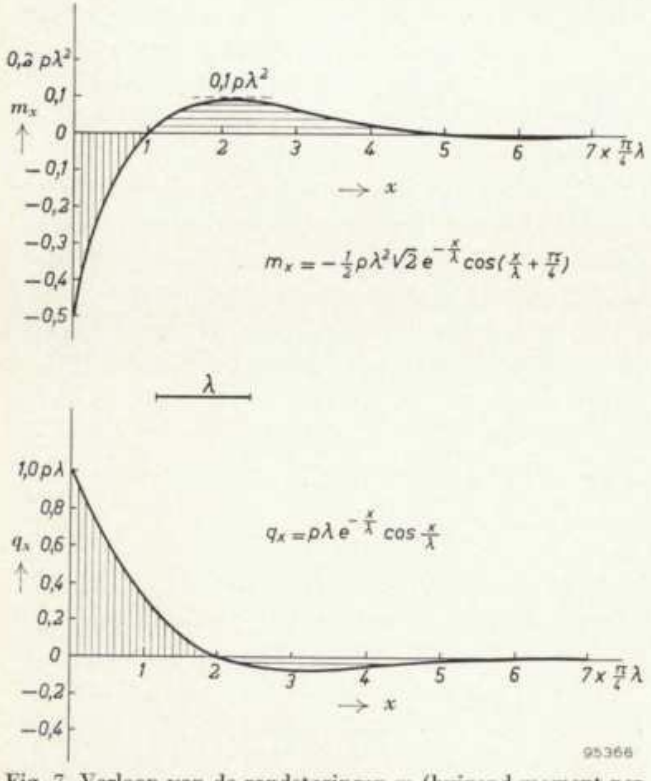


Fig. 7. Verloop van de randstoringen m (buigend moment per eenheid van lengte van de schaal) en q (dwarskracht per eenheid van lengte van de schaal) bij inklemming van de schaal in een volkomen stijf randlid. λ is de karakteristieke lengte. Op een afstand $x = 3{,}5\lambda = 4{,}5 \times (\pi/4)\lambda$ van de rand is de storingsgolf praktisch uitgedempt.

Indien het randlid zelf nog een vormverandering kan ondergaan, kan zo nodig de invloed hiervan ook in rekening worden gebracht.

Met behulp van de formules (19) en (22) is het mogelijk voor een willekeurige schaal de orde van grootte van de randstoringsmomenten te bepalen. Wanneer deze momenten te groot worden, moet de schaal ter plaatse worden versterkt. Bij gewapendbetonschalen kan men in vele gevallen volstaan met enige wapening toe te voegen. Anders zal ook de schaaldikte groter moeten worden gekozen.

Met de formules (20) en (21) kan men berekenen, welk deel van de totale schaalbelasting door buiging op de randleden wordt overgebracht. Blijkbaar wordt dan het overige deel door de schaal in de vorm van membraankrachten opgenomen.

De hier gegeven formules en in het bijzonder formule (8) hebben de grondslag gevormd voor het theoretisch inzicht in de krachtsverdeling welke in het Philipspaviljoen ongeveer kon worden verwacht, alsmede voor de voorlopige dimensionering van ribben en schaalwanden, ook ten behoeve van het modelonderzoek.

Volledigheidshalve kan hierbij nog worden aangetekend dat kort geleden in het Stevin-laboratorium te Delft de bruikbaarheid van formule (19) bij een grote modelproef met een hypparschaal van gewapend beton volgens fig. 5 experimenteel is aangetoond.

Stabiliteit tegen plooien en doorslaan

Het is bekend dat dubbel gekromde schalen veel stabieler tegen plooien zijn dan cilindrische schalen. Om de plooibelasting p_k (d.i. de belasting loodrecht op het schaaloppervlak waarbij de schaalwand op het punt is te gaan plooien) van een hypparschaal te schatten, kan men de theorie van Wansleben [9]) toepassen. Men vindt dan:

$$p_k = \frac{2E\delta^2}{\sqrt{3(1-\nu^2)}}\, k_1 k_2, \quad \ldots\ldots \quad (23)$$

waarin k_1 en k_2 de absolute waarden der plaatselijke hoofdkrommingen voorstellen.

Wanneer $k_1 = k_2$, gaat (23) over in de formule voor de *bol*-schaal, van Zoelly. Voor een strengere berekening van de plooibelasting van een gelijkzijdige hypparschaal kan worden verwezen naar een studie van Ralston [10]).

Uit formule (23) ziet men dat de plooibelasting

[9]) K. Girkmann, Flächentragwerke, Springer Wenen, vierde druk, 1956, blz. 516-529.

[10]) A. Ralston, On the problem of buckling of a hyperbolic paraboloidal shell loaded by its own weight, J. Math. Phys. **35**, 53-59, 1956.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

toeneemt (d.w.z. het plooigevaar afneemt) naarmate de krommingen toenemen. Bij het Philipspaviljoen moest dus vooral aandacht worden geschonken aan de stabiliteit van die gedeelten waar de krommingen zeer gering waren. Zoals echter ook uit formule (23) blijkt, kan men het plooigevaar van een schaal aanzienlijk verminderen door de schaaldikte δ groter te kiezen. Intussen zal men bij toepassing van deze formule wel een grote veiligheidscoëfficiënt in rekening moeten brengen, ook wegens de mogelijke aanwezigheid van vormfouten van de schaal.

Het theoretische onderzoek van de stabiliteit van schalen is niet eenvoudig, vooral wanneer men naast het plooiverschijnsel ook het doorslagverschijnsel in beschouwing wil nemen. Bij het laatste kan de schaal plotseling een nieuwe evenwichtsstand innemen, waarbij verplaatsingen optreden van eindige grootte. De gebruikelijke theorie, waarbij slechts oneindig kleine vormveranderingen worden verondersteld, mag dan niet meer worden toegepast; men krijgt daarvoor in de plaats de zg. theorie van de tweede orde. Het komt ons voor dat, wat het doorslaggevaar betreft, dat uiteraard ernstiger is dan het plooigevaar, de hypparschaal door zijn zadelvorm gunstiger zal zijn dan de bolvormige schaal. Alhoewel dit nog niet theoretisch is bewezen, vindt dit vermoeden toch wel enige bevestiging in de zeer grote stabiliteit welke bij de, in het derde artikel van deze reeks beschreven, modelproeven voor het Philipspaviljoen werd waargenomen.

III. HET MODELONDERZOEK VOOR DE BOUW VAN HET PAVILJOEN

door A. L. BOUMA *) en F. K. LIGTENBERG **).

624.023.744:061.41(493.2):725.91

Toen de N.V. „Strabed" zich eind januari 1957 tot Prof. Vreedenburgh wendde met het verzoek om advies omtrent het te bouwen Philipspaviljoen, was de eerste vraag, of het ontwerp van Le Corbusier en Xenakis als schaaldak van beton kon worden verwezenlijkt. De bedoeling van de „Strabed" was, de volgens hyperbolische paraboloïden gevormde wanden uit te voeren in beton van 5 cm dikte, terwijl de wandvlakken in hun onderlinge snijlijnen door 40 cm dikke cilindrische ribben zouden worden versterkt.

In het artikel II is reeds uiteengezet dat de spanningen in zulke hypparschalen op eenvoudige wijze te berekenen zijn, indien sprake is van een membraanspanningstoestand. Deze zal echter alleen onder zekere randvoorwaarden ontstaan. Bij een grillig bouwsel als het onderhavige is voor vele schalen aan deze randvoorwaarden niet voldaan, zodat veel gecompliceerdere en voor nauwkeurige berekening vrijwel niet toegankelijke spanningstoestanden optreden. Het lag derhalve voor de hand dat voor de beantwoording van de boven gestelde vraag een modelonderzoek de aangewezen weg was, waarnaast berekeningen slechts een aanvullend karakter zouden hebben.

Van het ontwerp is hiertoe op een schaal 1 : 25 in het Instituut T.N.O. voor Bouwmaterialen en Bouwconstructies een model vervaardigd, bestaande uit een soort zeefgaas met gips (*fig. 1*). In verband met de termijn, gesteld voor de beslissing die de N.V. „Strabed" nemen moest, was voor dit onderzoek slechts ruim een week beschikbaar, zodat de uitkomsten alleen als oriënterend moesten worden beschouwd. Het onderzoek leidde tot de conclusie dat het ontwerp met enkele ondergeschikte wijzigingen te verwezenlijken was.

Nadat Philips de bouw van het paviljoen aan de N.V. „Strabed" had gegund, is het onderzoek op uitgebreider schaal voortgezet. Het doel was hierbij een behoorlijk inzicht te verkrijgen omtrent de in ribben en wanden optredende spanningen, zodat de vereiste afmetingen en de grootte van de voorspanning aan de hand hiervan zouden kunnen worden bepaald, in het bijzonder omdat de architecten het ontwerp inmiddels enigszins hadden gewijzigd (zie I). Van deze wijzigingen zijn de belangrijkste ook in het model aangebracht. Verder werd getracht door het aanbrengen van overbelastingen enig inzicht in de stabiliteit van de constructie te verkrijgen, welke hierbij als naadloos (monolitisch) werd gedacht.

In werkelijkheid zou de constructie niet monolitisch worden. De N.V. „Strabed" had het voornemen de schaalvlakken op te bouwen uit geprefabriceerde platen (tegels), die, nadat alle vlakken

---

*) Instituut T.N.O. voor Bouwmaterialen en Bouwconstructies, Rijswijk (Z.-H.).
**) Vroeger verbonden aan het Stevin-laboratorium van de Afd. Weg- en Waterbouwkunde der Technische Hogeschool, Delft.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

opgebouwd waren, voorgespannen zouden worden met behulp van aan de binnenzijde van het gebouw gelegen voorspandraden. Uiteraard leverde een dergelijke uitvoeringswijze een aantal extra-problemen op, zodat het wenselijk was deze problemen, met name ook de werking van de voorspanning, aan de hand van een nieuw model zo goed mogelijk te onderzoeken. Daartoe werd in het

Fig. 1. Geraamte van buizen en zeefgaas voor de vervaardiging van het gipsmodel van het Philipspaviljoen, schaal 1 : 25 (Instituut T.N.O. te Rijswijk).

Stevin-laboratorium van de Afdeling Weg- en Waterbouwkunde van de Technische Hogeschool te Delft een model op schaal 1 : 10 vervaardigd van twee aansluitende vlakken, waarbij alle details van de vormgeving werden weggelaten, doch waarin overigens de wijze van uitvoering zo realistisch mogelijk werd nagebootst (*fig. 2*).

Modelonderzoek, algemeen [1])

Wil men in een modelonderzoek het gedrag van een constructie onder toenemende belasting tot het moment van bezwijken zo goed mogelijk nabootsen, dan zal men zorg dragen dat het model een zuivere geometrische verkleining is van de werkelijke constructie en dat het is vervaardigd van hetzelfde materiaal. Verschijnselen als scheurvorming, vloeien, breuk, enz. zullen dan optreden op analoge plaatsen als in de werkelijkheid, en wel bij spanningen die gelijk zijn aan die bij de overeenkomstige verschijnselen in de werkelijke constructie.

Daar spanningen dezelfde dimensie bezitten als belastingen per eenheid van oppervlakte (kg/cm²), moeten de belastingen per eenheid van oppervlakte voor het model dezelfde zijn als die voor de werkelijke constructie. Is het model een verkleining van de werkelijkheid op een schaal $1 : n$, dan volgen hieruit de volgende modelregels:

spanningen (kg/cm²)	1/1
krachten per eenheid van lengte (kg/cm) . .	$1/n$
krachten (kg) } momenten per eenheid van lengte (kg) } . .	$1/n^2$
specifieke vervormingen ($\varepsilon = \sigma/E$)	1/1

Het is echter lang niet altijd mogelijk een model te vervaardigen van hetzelfde materiaal als de werkelijke constructie. In het geval van b.v. het Philipspaviljoen was het ondoenlijk om de wanden van 2 mm dikte in het model te vervaardigen van beton. Men moet dan omzien naar een ander materiaal, dat zich wèl leent voor toepassing. Dit kan zonder bezwaar, indien men van de constructie slechts het gedrag in het elastische gebied wenst te onderzoeken, d.w.z. specifieke vervormingen (rekken) wil meten en hieruit de optredende spanningen wil bepalen. Het modelmateriaal dient dan slechts binnen een voldoende groot gebied van deformaties elastisch te zijn en te voldoen aan de wet van

[1]) Zie J. B. Wilbur en C. H. Norris, Structural model analysis, hoofdst. 15 in: Handbook of experimental stress analysis, onder redactie van M. Hetényi, Wiley, New York 1950.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

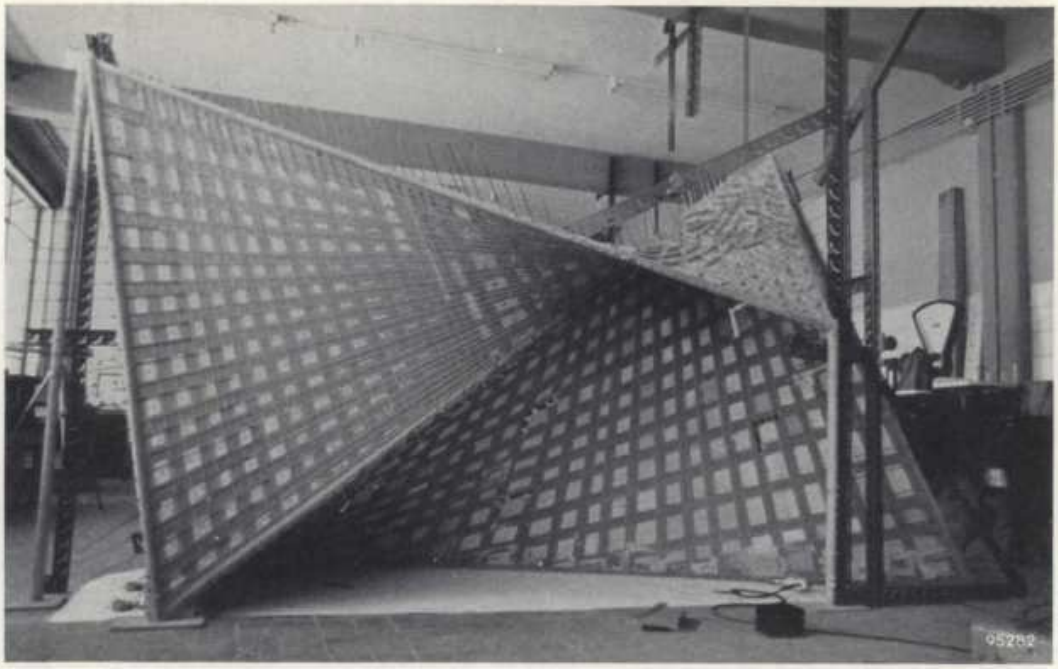


Fig. 2. Het model schaal 1 : 10 voor het onderzoek van het door de N.V. „Strabed" bedachte uitvoeringssysteem (Stevin-laboratorium der T.H. te Delft).

Hooke. Dit modelmateriaal zal in het algemeen niet dezelfde elasticiteitsmodulus bezitten als de werkelijke constructie. Bij gelijkblijvende spanning is de specifieke vervorming in het model omgekeerd evenredig met de elasticiteitsmodulus.

Is men slechts geïnteresseerd in de spanningsverdeling, dan behoeft men ook niet meer aan de eis van gelijkheid van de spanningen voor model en werkelijkheid vast te houden: men kiest spanningen die bij het modelmateriaal goed meetbaar zijn, en het modelmateriaal (b.v. staal) kan zich dan voor een experimenteel onderzoek zelfs beter lenen dan het materiaal van de werkelijke constructie (b.v. beton). Is de belasting per eenheid van oppervlakte in het model b.v. groter dan in de werkelijkheid, dan zijn de in het model gemeten spanningen ook evenredig groter dan de in werkelijkheid optredende spanningen.

Voor de knikbelasting geldt, dat deze evenredig is met de elasticiteitsmodulus van het materiaal. De knikbelasting van de werkelijke constructie is dus gelijk aan de verhouding van de respectieve elasticiteitsmoduli maal de belasting waarbij het model knik- of plooiverschijnselen gaat vertonen.

In sommige gevallen kunnen ook de relatieve afmetingen van bepaalde delen van het model afwijkend worden gekozen van die van de werkelijke constructie, wat bij de vervaardiging van een model een voordeel kan zijn. Men dient dan echter te weten welke grootheden voor het gedrag van de constructie bepalend zijn, b.v. de oppervlakte van de doorsnede of het traagheidsmoment, en men moet hiervoor de juiste waarden aanhouden.

Een verdere complicatie ontstaat indien hetzij het materiaal van de werkelijke constructie, hetzij het modelmateriaal niet homogeen is. Dit laatste was bij het gipsmodel inderdaad het geval en hierop zal nog nader worden ingegaan.

Het onderzoek van het gipsmodel

Zoals reeds vermeld, werd het model op schaal 1 : 25 vervaardigd van een soort zeefgaas met gips (fig. 1). De wanddikte bedroeg gemiddeld 2,1 mm. De ribben bestonden uit stalen buizen met in het algemeen een diameter van 8,4 mm en een dikte van 0,7 mm. Deze buizen waren enigszins verdikt met gips.

Het materiaal gips heeft een in vergelijking met beton vrij grote treksterkte en voldoet behoorlijk aan de wet van Hooke. Het vervaardigde model, dat bestond uit een samenstel van gips en staal, kon dus ook geacht worden zich elastisch en volgens de wet van Hooke te gedragen, zodat op dit model gemeten rekken met redelijke nauwkeurigheid als spanningen konden worden geïnterpreteerd.

Voor het aanbrengen van de belastingen werd een omvangrijk belastingraam gebouwd, waarmee de door gewichten uitgeoefende krachten door middel van hefboomstelsels als belastingen op de vlakken konden worden overgebracht (*fig. 3*). Gemeten werd bij de volgende belastingen:

a) eigen gewicht van het geheel;
b) verticale belasting van een enkel, nogal horizontaal gelegen, vlak, om de invloed van een sneeuwbelasting na te gaan;

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

c) winddruk op de vlakken afzonderlijk, waaruit voor twee verschillende windrichtingen de invloed van winddruk op de loefzijde en windzuiging op de lijzijde kon worden afgeleid.

De ongunstigste combinaties van de belastinggevallen eigen gewicht met sneeuw of met wind leidden tot de extreme spanningen, momenten en krachten in de constructie.

Voor het meten van horizontale en verticale verplaatsingen werden op verschillende plaatsen op de ribben in totaal een 40-tal meethorloges met een nauwkeurigheid van 0,01 mm geplaatst. De rekken werden gemeten met behulp van rekstrookjes, bij het eerste oriënterende onderzoek een 40-tal; bij het latere uitgebreide onderzoek bedroeg het aantal 130 (*fig. 4*). Op de vlakken werden bij het uitgebreide onderzoek per meetpunt vier rekstrookjes geplakt, twee aan de buitenzijde in veelal onderling loodrechte richtingen, en twee aan de binnenzijde hiermee parallel. Aldus konden de kracht en het moment die de betrokken doorsnede moet opnemen, worden bepaald. Op de ribben werden per meetpunt twee, zo mogelijk drie, rekstrookjes geplakt.

Daar het model niet uit een homogeen materiaal bestond (zeefgaas + gips), was het niet mogelijk uit de gemeten rekken rechtstreeks, door vermenigvuldiging met de elasticiteitsmodulus van het materiaal waaraan gemeten werd, de spanningen in de werkelijke constructie af te leiden. Voor de interpretatie van de rekmetingen werd derhalve als volgt te werk gegaan.

Stel dat aan het model, in een bepaald punt van de wand, aan binnen- en buitenzijde de rekken ε_1 resp. ε_2 worden gemeten. Voor een homogeen materiaal met elasticiteitsmodulus E bedragen dan de bijbehorende spanningen:

$$\sigma_1 = E\varepsilon_1 \quad \text{en} \quad \sigma_2 = E\varepsilon_2$$

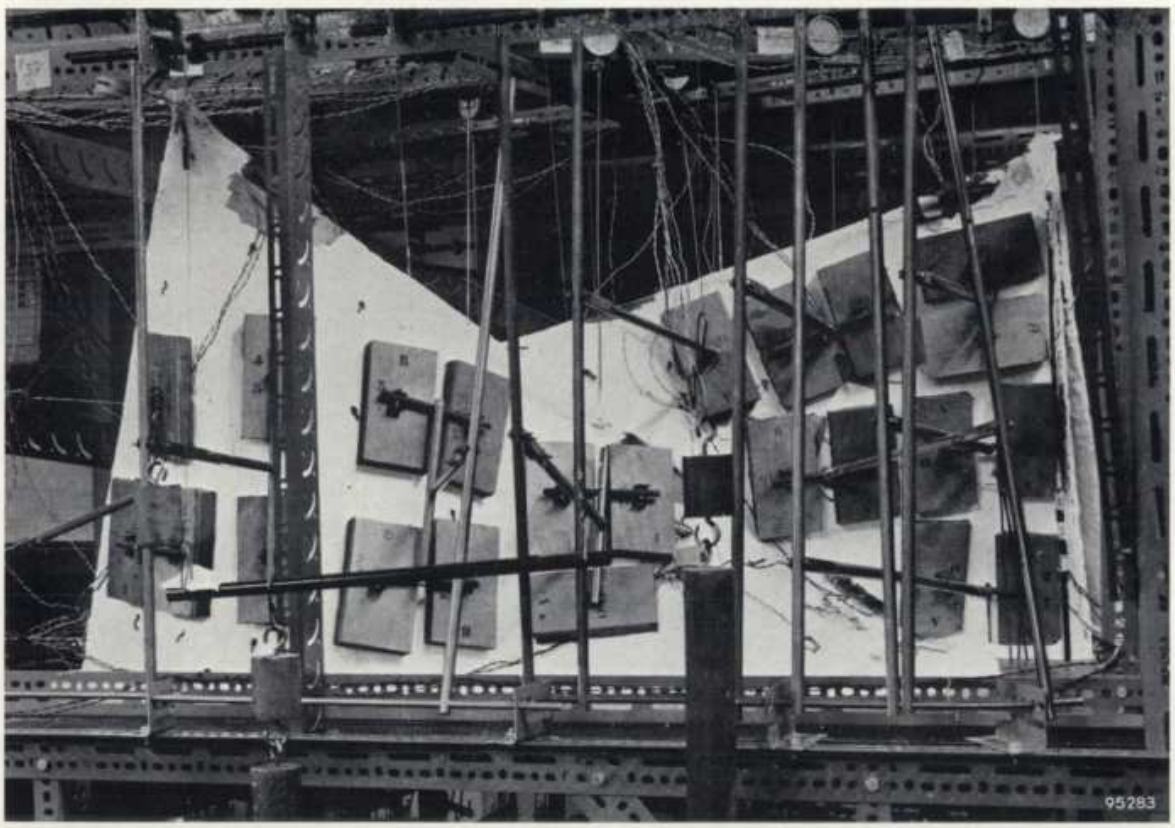


Fig. 3. Gipsmodel, met het hefboomstelsel waarmee de windbelasting werd nagebootst.

(de invloed van de dwarscontractie laten we buiten beschouwing). De doorsnede, waarvan de dikte t is, moet nu per eenheid van lengte overbrengen een normaalkracht

$$N = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} t$$

en, als het traagheidsmoment I is, een buigend moment

$$M = (\sigma_1 - \sigma_2) \frac{I}{t}.$$

Voeren we de rekstijfheid $D = Et$ en de buigingsstijfheid $K = EI$ van de doorsnede in, dan

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Fig. 4. Overzicht van de meetapparatuur voor het gipsmodel. Een reeks meethorloges ter bepaling van verplaatsingen zijn op strippen gemonteerd en door lange stangen met het model verbonden (beter te zien in fig. 3 bovenaan). Op de wandvlakken en de ribben zijn ter bepaling van de spanningen talrijke rekstrookjes geplakt, vandaar de omvangrijke bedrading. Een deel van de afleesapparatuur is op de voorgrond zichtbaar.

geldt dus:

$$\left.\begin{aligned} N &= D\,\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}, \\ M &= K\,\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{t}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

Deze betrekkingen nu gelden even goed voor een niet homogeen materiaal. Omdat niet alle gegevens beschikbaar waren om de rekstijfheid D en de buigingsstijfheid K van het gebruikte inhomogene materiaal te berekenen, zijn deze grootheden van het model door een combinatie van een berekening met een aantal eenvoudige proeven bepaald. Hiertoe werden enige proefplaatjes van een zelfde constructie als de wanden van het model op zuivere trek of op buiging belast. Aldus werd gevonden $D = 40\,000$ kg/cm en $K = 70$ kg cm, bij een wanddikte $t = 2{,}1$ mm. Uit de in het model gemeten rekken konden met behulp van de formules (1) de kracht en het moment per lengte-eenheid, N en M, worden uitgerekend, en door toepassing van de modelregels waren ook N en M in de werkelijke constructie te vinden (N is daar n maal, M is n^2 maal zo groot als in het model).

Geheel analoog werd voor de ribben te werk gegaan. Uit de gemeten rekken kon de rek ε_z in het zwaartepunt van een doorsnede worden afgeleid. Voor de normaalkracht in de doorsnede geldt dan:

$$P = B\varepsilon_z,$$

waarin B de rekstijfheid is. Deze werd wederom experimenteel aan een aantal proefstaafjes bepaald. De normaalkracht P in de werkelijke constructie is volgens de modelregels n^2 maal zo groot.

Heeft men de rekstijfheid b.v. voor het wandmateriaal bepaald, dan kan men met behulp van de formule $D = E't$ een „equivalente elasticiteitsmodulus" E' afleiden, voor een fictieve, even dikke maar homogene, wand met dezelfde D. Zo werd gevonden: $E' = 2\times10^5$ kg/cm², en analoog, door van de buigingsstijfheid $K = E''I$ uit te gaan: $E'' = 10^5$ kg/cm². Deze elasticiteitsmoduli zijn dus kleiner dan die voor de werkelijke constructie van beton, waarvoor gesteld kan worden $E = 3\times10^5$ kg/cm². Voor de ribben kan men hetzelfde doen. Met behulp van deze equivalente elasticiteitsmoduli konden voor de ribben de gemeten rekken ook rechtstreeks als spanningen worden geïnterpreteerd.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Het meetprogramma werd volledig uitgevoerd, zowel voor het oorspronkelijke ontwerp als voor het gewijzigde ontwerp. In het oorspronkelijke ontwerp bevatte het bouwwerk nog een aantal poten ter ondersteuning van de drie hoge pieken. De krachten in deze poten bleken over het algemeen gering. In het gewijzigde ontwerp werd aangenomen dat de functie der (verticale) poten wel door de naburige schuine ribben kon worden overgenomen. Inderdaad bleek het weglaten van de poten slechts een geringe invloed op de spanningen in het model te hebben, zodat deze wijziging in het ontwerp kon worden aanvaard.

De spanningen in de wanden bleken in het algemeen niet verwaarloosbaar klein te zijn en nogal eens boven de 20 kg/cm² uit te gaan, éénmaal tot een maximum van 40 kg/cm². Dit gold in het bijzonder voor de grote verticale vlakken. Voor vlakke platen geeft de breuklijntheorie van Johansen een betrouwbaar middel om de bezwijkbelasting te bepalen [2]). Deze theorie werd ook op enkele zeer vlakke wandgedeelten toegepast; zodoende kon ook van deze vlakken nog een indruk worden verkregen over de grootte van de bezwijklast.

De extreme krachten in de ribben bleken ongeveer 30 ton (zowel trek als druk) te bedragen, terwijl de extreme spanningen (mede veroorzaakt door buiging) bedroegen −60 kg/cm² en +80 kg/cm².

Nadat de oriënterende metingen de vraag omtrent de uitvoerbaarheid van de constructie bevestigend hadden beantwoord, kon aan de hand van de in de vlakken en ribben gevonden spanningen door de N.V. „Strabed" de vereiste voorspanning in hoofdtrekken worden vastgesteld.

Aan de interpretatie van de gemeten rekken bleven natuurlijk een aantal onzekerheden verbonden. Door variaties in dikte van wanden zowel als ribben had men geen zekerheid dat men steeds de werkelijke spanning c.q. kracht of moment had gevonden. Ten aanzien van de wanden gold voorts dat men niet precies wist waar en in welke richting de grootste kracht c.q. het grootste moment optrad, ten aanzien van de ribben dat men niet wist in welke punten de extreme spanning optrad. De meetpunten waren dus betrekkelijk willekeurig geplaatst, zonder dat er een controle mogelijk was of de grootste spanningen inderdaad waren waargenomen. Ook zal de krachtsverdeling enigermate zijn beïnvloed doordat de verhoudingen van de rekstijfheden en buigingsstijfheden van wanden en ribben in het model niet geheel overeenkwamen met de werkelijkheid. Toch mocht men op grond van de meetuitkomsten aannemen dat bij de gekozen verdeling der meetpunten de verrichte metingen een behoorlijke indruk gaven over de optredende krachtsverdeling bij belastingen als eigen gewicht, wind en sneeuw.

De Belgische controlerende instantie had als eis gesteld dat er bij een belasting door eigen gewicht en een verdubbelde windbelasting (150 kg/m²) geen calamiteiten mochten optreden. Om dit na te gaan, werd in het model ook deze belasting aangebracht, en ten slotte ook nog een belasting van 1,5× eigen gewicht en een nog iets grotere windbelasting. Zelfs hierbij werd nog niets bijzonders bespeurd. Gezien het feit dat de knikbelasting evenredig is met de elasticiteitsmodulus, betekende dit dat een monolitische constructie van een homogeen materiaal dat aan de wet van Hooke voldoet en een elasticiteitsmodulus gelijk aan die van beton (minstens 300 000 kg/cm²) bezit, een belasting van bijna 3× de bovengenoemde belastingen kan verdragen. Voor beton moet echter direct worden opgemerkt dat dit niet homogeen en elastisch is noch aan de wet van Hooke voldoet. Verschijnselen als scheurvorming, plasticiteit en kruip kunnen de werkelijke veiligheid tegen bezwijken aanzienlijk verlagen.

De interpretatie van de laatstgenoemde resultaten van het gipsmodel voor een constructie van beton blijft dus enigermate onzeker. Scheurvorming kan echter door voorspannen worden voorkomen. De wijze van uitvoeren speelt ten slotte ook een grote rol, zoals uit het volgende zal blijken.

Het onderzoek van het uitvoeringssysteem (triplex-model)

Bij het tot dusver beschreven onderzoek werd ervan uitgegaan dat het Philipspaviljoen een monolitische schaalconstructie was, waarvan de vlakken overal een ongeveer gelijke stijfheid bezitten. Het lag echter in de bedoeling van de N.V. „Strabed" de schaalvlakken op te bouwen uit geprefabriceerde platen, die eerst op een steigerwerk in hun juiste positie zouden worden gebracht en dan met voorspandraden aan elkaar geregen zouden worden. Daar men bovendien van plan was de voorspandraden alleen aan de binnenzijde aan te brengen, lag het voor de hand dat deze uitvoeringswijze extra-problemen meebracht.

De theorie was, dat de voorspankracht, die door de aan de binnenzijde gelegen draden ogenschijnlijk excentrisch werd aangebracht, toch centrisch in de

[2]) R. Hognestad, Yield line theory for the ultimate flexural strength of reinforced concrete slabs, J. Amer. Concrete Inst., maart 1953.
P. Lebelle, Calculs „à rupture" des hourdis et plaques en béton armé, Ann. Inst. Tech. Bâtiments et Trav. publ., no. 85, jan. 1955.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

wandvlakken terecht zou komen. De voorspandraden oefenen op een rib namelijk krachten V_1 en V_2 uit, welke tot een resultante R kunnen worden samengesteld (*fig. 5a*). Deze resultante R kan worden ontbonden in krachten P_1 en P_2 welke door de ribben op de aansluitende wandvlakken worden

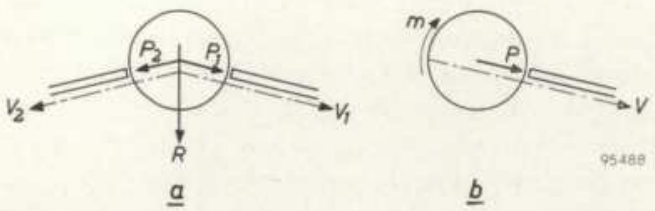


Fig. 5. Krachtenspel bij een rib, beschouwd in een doorsnede. *a*) Rib met twee aansluitende schalen. Door de voorspandraden, aangebracht aan de binnenzijde van elke schaal, worden op de rib de krachten V_1 en V_2 uitgeoefend. De resultante R hiervan kan worden ontbonden in de vrijwel centrisch aangrijpende drukkrachten P_1 en P_2 waardoor de wanden worden voorgespannen.
b) Rib met slechts één aansluitende schaal. Ook nu kan men zorgen dat een centrisch aangrijpende drukkracht P op de schaal werkt, door behalve de kracht V van de voorspandraden een torsievoorspanning met een moment m in de rib aan te brengen.

uitgeoefend. Uit fig. 5*a* blijkt dat dit ontbinden zo kan worden gedaan dat de drukkrachten P_1 en P_2 ten naaste bij centrisch in de wandvlakken zijn gelegen. Door een zekere vrijheid in de grootte van de voorspankrachten kan de ligging van de krachten P_1 en P_2 bovendien worden beïnvloed.

Indien op een rib slechts één vlak aansluit, kan door een torsievoorspanning in de rib (zie het artikel IV) een tegenwerkend moment m worden geleverd, zodat de voorspankracht V ook in dit geval als een centrische drukkracht P in het wandvlak terechtkomt (zie fig. 5*b*). Uiteraard kan zulk een torsievoorspanning óók als hulpmiddel worden gebruikt indien op de rib twee wandvlakken aansluiten.

Bij de aansluiting van de wandvlakken op de bodem kan door een speciale voetconstructie, welke vast verbonden wordt met de funderingsbalk, een moment worden geleverd, zodat ook hier de voorspankracht V als een centrische drukkracht P in het wandvlak komt [3]).

Een constructie die wordt voorgespannen, zal vormveranderingen ondergaan. Wordt het optreden van deze vormveranderingen belemmerd, b.v. door een relatief stijf of vast gedeelte, dan wordt het nagaan van de invloed van het voorspannen bijzonder gecompliceerd. Een groot gedeelte van de voorspankrachten zal „verdwijnen" in dit stijve of vaste gedeelte en niet terechtkomen waar men het wenst. Om deze redenen leek het noodzakelijk dat de voetconstructie tijdens het voorspannen van de wandvlakken zich vrij zou kunnen verplaatsen.

Besloten werd de werking van de verschuifbare onderrand tijdens het voorspannen in een afzonderlijk model na te gaan. Aan de hand van dit model zou tevens kunnen worden nagegaan of de voorspanning in de vlakken werkelijk centrisch werkt, zoals boven is gesteld. Ook zou kunnen blijken of het verloop van de voorspanning *in* de wandvlakken overeenkomt met het verloop van de voorspanning die aanwezig is in de voorspandraden, welke zich *op* het wandoppervlak bevinden. Mocht dit niet overal het geval zijn, dan bestaat in die gedeelten waar de inwendige (druk-)kracht per eenheid van lengte in een doorsnede aanzienlijk groter is dan de uitwendige trekkracht, kans op uitknikken.

Uit het gipsmodel was reeds een redelijk inzicht verkregen in het gedrag van de constructie als geheel. Daar de boven gestelde problemen details betroffen welke samenhingen met de wijze van uitvoeren, kon worden volstaan met het vervaardigen van een model van een deel van het Philipspaviljoen. Hiervoor werden gekozen de in *fig. 6* met E en K aangeduide vlakken (vgl. ook fig. 18 van I), waarbij bovendien met geen enkel detail, zoals de doorkijkjes naar de apparatenruimte, de aansluitende vloeren en luifels,

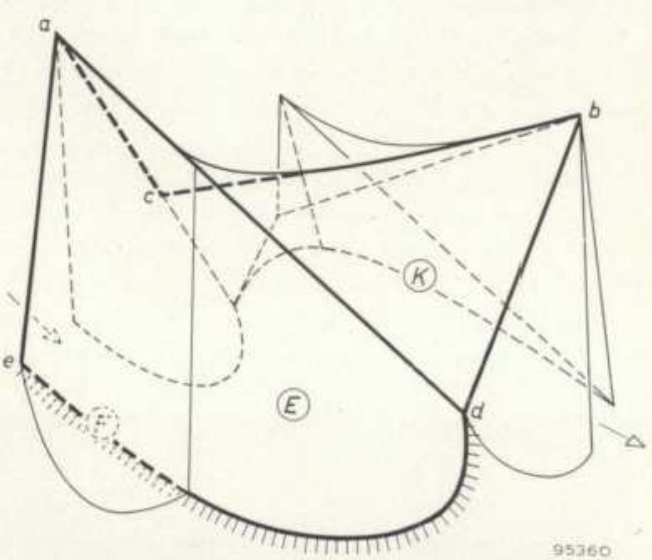


Fig. 6. Schets van het Philipspaviljoen, met hierin aangegeven de vlakken E en K waarvan het triplexmodel werd vervaardigd (vgl. fig. 18 in I). E is begrensd door de rechte lijnen *ae* en *ad* en de hyperbool *ed*, K door de ruimtelijke vierhoek *acbd*. De punten *a*, *b*, *c* van het model werden door poten gesteund.

en in het bijzonder het vrijwel in het midden van vlak E aansluitende buitenwandvlak F, rekening werd gehouden. Verwacht werd dat alle vlakken van het werkelijke Philipspaviljoen in gunstiger omstandigheden zouden verkeren dan de beide

[3]) Voor een uitvoeriger beschrijving van deze principes en constructies zij verwezen naar het artikel IV.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

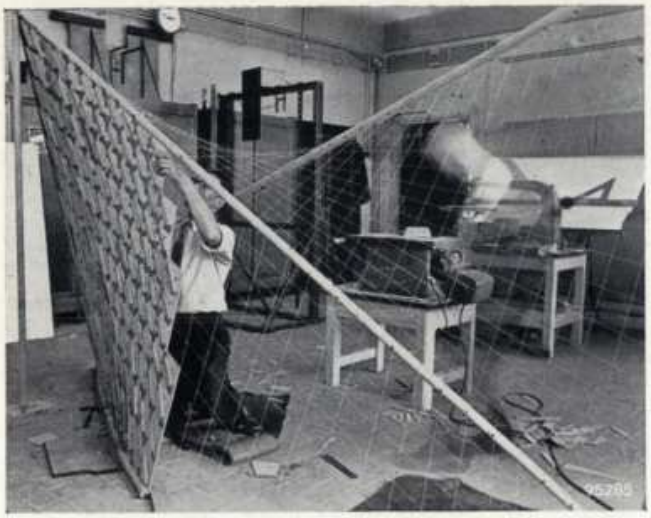


Fig. 7. Het triplexmodel in aanbouw. Op soortgelijke manier als later bij het werkelijke bouwwerk worden hier de platen (tegels) aan elkaar geregen langs hulpdraden, die volgens beschrijvende lijnen van de hypparvlakken tussen de vooraf opgestelde ribben zijn gespannen.

onderzochte, waarin o.a. een zeer hoog, bijna geheel vlak, gedeelte voorkwam, zodat bezwaren die aan het uitvoeringssysteem zouden kleven, zo goed mogelijk opgespoord zouden kunnen worden.

Om de wijze van uitvoeren goed te kunnen nabootsen, werd het model op vrij grote schaal vervaardigd (1 : 10). Als modelmateriaal werd triplex gebruikt, waarvan de „platen" of „tegels" stuk voor stuk met behulp van een klosje in de juiste zadelvorm werden gebogen en nauwkeurig passend werden afgewerkt (*fig. 7, 8* en *9*). Elk van de tegels was ongeveer 1 dm² groot; het is duidelijk dat de vervaardiging van het model, dat 2 m hoog en 3 m lang moest worden en dus uit ettelijke honderden tegels moest worden samengesteld, nogal wat werk meebracht. Als „voorspandraad" werd voorgerekt nylondraad gebruikt, waarmee vrij eenvoudig een realistisch voorspansysteem kon worden verwezenlijkt.

Fig. 8. Detail van een wand van het triplexmodel, ter illustratie van het buigen van elk triplexplaatje volgens een bepaald deel van een zadelvlak. (In het midden van de foto een meetelement voor foto-elastisch spanningsonderzoek.)

Omdat het gebruikte triplex een elasticiteitsmodulus van 165 000 kg/cm² had, dus ongeveer half zo groot als die van beton, werden zowel de voorspanning als de belastingen half zo groot gehouden als in de werkelijkheid. De in het begin van dit artikel besproken modelregels leren dat dan zowel knikverschijnselen als breuk (in de voegen) in het model op overeenkomstige wijze als in de werkelijke constructie zouden optreden. De vervormingen worden ongeveer op schaal 1 : 10 verkleind weergegeven.

Het is duidelijk dat met een dergelijk model, zelfs zonder veel metingen, een belangrijk inzicht in het gedrag van de constructie tijdens het voor-

Fig. 9. Het voltooide triplexmodel.

spannen kon worden verkregen. Bij gevolg werden aan het model niet zoveel metingen verricht als aan het gipsmodel, maar werd het zwaartepunt gelegd op het visueel waarnemen hoe het model zich onder verschillende omstandigheden gedroeg.

De triplexplankjes waaruit het model werd opgebouwd, werden voorlopig met plakband losjes bij elkaar gehouden (fig. 8). Daarna werd de voorspanning gelijkmatig aangebracht (*fig. 10*). Oorspronkelijk werden daarbij de in het model voorkomende aan één kant vrije ribben door de voorspanning excentrisch gewrongen. Daarbij knikte een deel van het steil overeind staande vlak uit. Om dit tegen

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

te gaan, was het noodzakelijk, zoals hierboven aan de hand van fig. 5*b* reeds werd uiteengezet, op deze ribben torsiemomenten uit te oefenen, even groot als door de voorspanning van het (in het model niet aanwezige) aangrenzende vlak zouden worden uitgeoefend. Deze torsiemomenten werden gerealiseerd door loodrecht op de ribben hieraan een groot aantal spaken te bevestigen (zie ook fig. 9) en aan het uiteinde van deze spaken krachten te laten aangrijpen in een richting zowel loodrecht op de ribben als loodrecht op de spaken. Deze krachten werden uitgeoefend door draden, welke over katrollen liepen en waaraan gewichten waren gehangen (*fig. 11*). Toen deze verbetering eenmaal was aangebracht, verliep het voorspannen verder zonder moeilijkheden.

Het resultaat van deze proef was geheel bevredigend. De voorspanning bleek inderdaad te werken op de wijze zoals werd verwacht, de verschuifbare onderrand voldeed eveneens.

Ofschoon het model niet representatief was voor de werkelijkheid, wat de krachtswerking ten gevolge van belasting betreft, leek het toch interessant een belasting overeenkomstig eigen gewicht en wind aan te brengen. De belasting door eigen gewicht was nl. nog niet aanwezig, omdat het gewicht van de triplexplankjes slechts ongeveer 1/25 van het eigen gewicht per oppervlakte-eenheid van de werkelijke constructie bedroeg, terwijl (in verband met de kleinere elasticiteitsmodulus van het model) de helft van het werkelijke eigen gewicht per

Fig. 10. Het triplexmodel wordt voorgespannen.

oppervlakte-eenheid moest worden aangebracht. Hiertoe werden zakjes zand aan het model gehangen, langzaam gelijkmatig toenemend op de beide wandvlakken (*fig. 12*).

Toen de belasting bijna de volle waarde (overeenkomend met 0,9 maal het eigen gewicht) had bereikt, bleek plotseling het onderste vlak *E* uit te knikken, en wel nabij de grond langs een vrijwel horizontale voeg in het vlakke, steile, hoog oprijzende wandgedeelte. Dit uitknikken was een onverwacht verschijnsel. Oorspronkelijk werd gemeend dat juist het vrijwel horizontale deel van hetzelfde vlak veel gevaarlijker zou zijn. Daarom was in het model

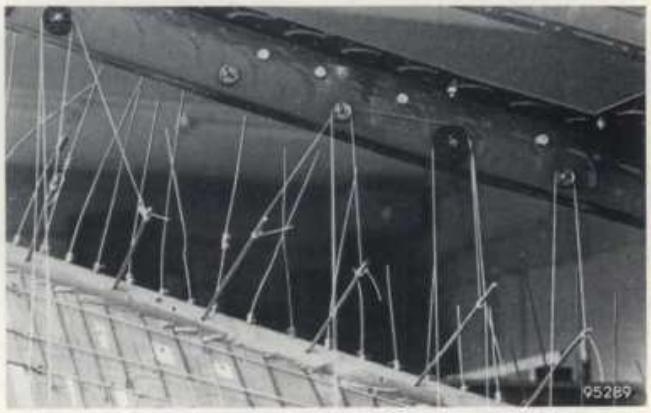


Fig. 11. Aan de vrije ribben (waarop in het model géén tweede hypparvlak aansluit) zijn spaken aangebracht, waarmee men volgens fig. 5*b* momenten op de ribben kan aanbrengen ter opheffing van het wringende moment dat de voorspandraden uitoefenen. Hiertoe laat men op de spaken trekkrachten uitoefenen door touwtjes, die over katrollen lopen en waaraan zakjes zand hangen (zie ook fig. 10).

het steile wandgedeelte veel eenvoudiger opgebouwd dan in het werkelijke paviljoen; in het bijzonder was, zooals reeds werd vermeld, het daar ter plaatse aansluitende buitenwandvlak *F* weggelaten (zie fig. 6). Zodoende kon dan ook uit het uitknikken niet geconcludeerd worden dat het Philipspaviljoen zijn eigen gewicht niet zou kunnen dragen, al was er in het optreden van een dergelijk verschijnsel wel een zekere waarschuwing gelegen.

Het model werd na dit verschijnsel weer ontlast. Het bleek pas na het verwijderen van de belasting in het bovenste vlak *K* weer in zijn oorspronkelijke toestand terug te komen, waaruit viel af te leiden dat de oplegreactie daarvan een belangrijke rol had gespeeld. Dit bovenste vlak *K* zal, door het ontbreken van de aansluitende vlakken, niet zo zeer als schaal doch meer als plaat hebben gewerkt, d.w.z. de spanningstoestand bevatte niet uitsluitend krachten en reacties gelegen in het vlak zelf (membraanspanningstoestand), maar ook buigende momenten en reacties loodrecht op het vlak.

Vervolgens werd het uitgeplooide vlak verstijfd met twee ribben, ter nabootsing o.m. van de invloed van het aansluitende vlak *F*; zo werd een meer met de werkelijkheid overeenkomende stijfheid verkregen. Nu bleek bij belasting met eigen gewicht en zelfs met zeer zware windbelastingen van beide zijden de constructie goed in staat alle krachten op te nemen (*fig. 13*). Ten slotte werd het model nog

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

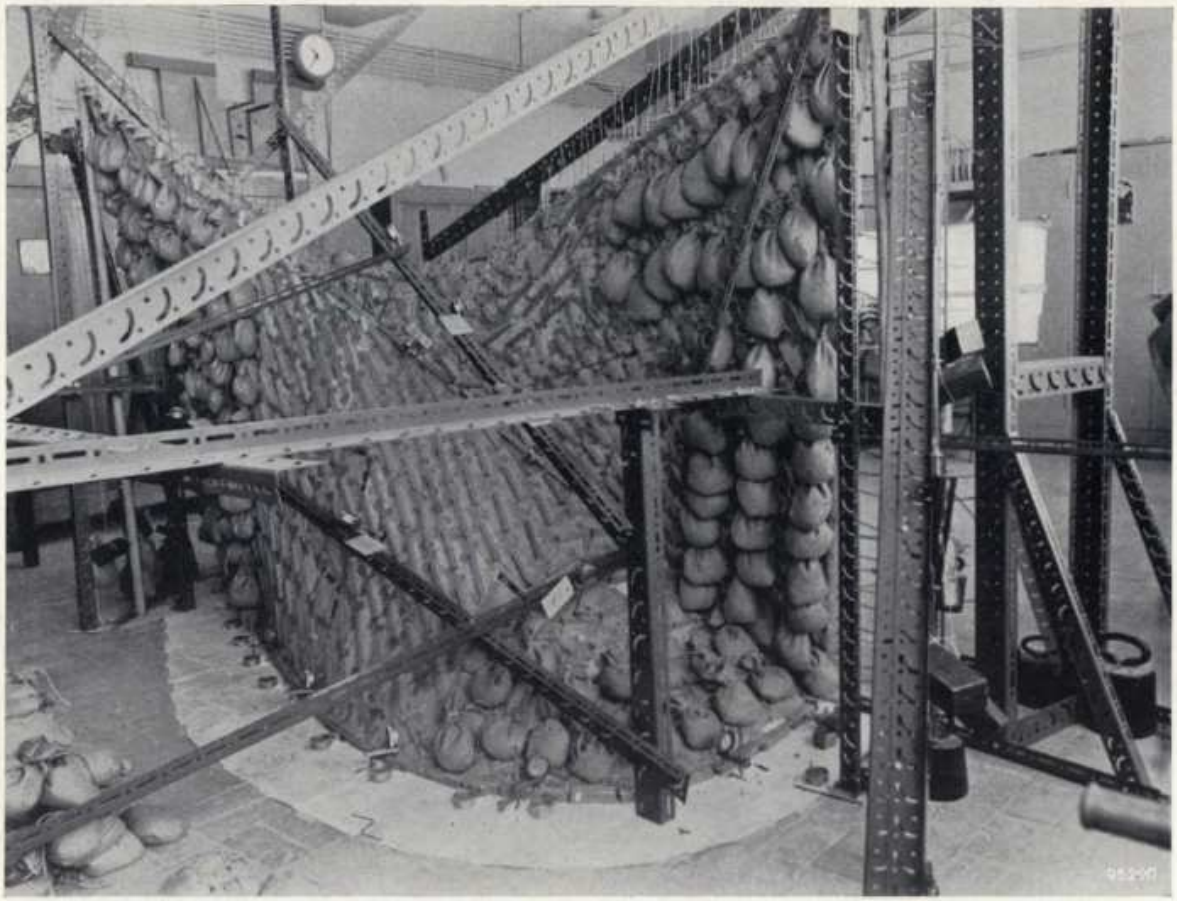


Fig. 12. Het triplexmodel tijdens het aanbrengen van belasting overeenkomstig eigen gewicht.

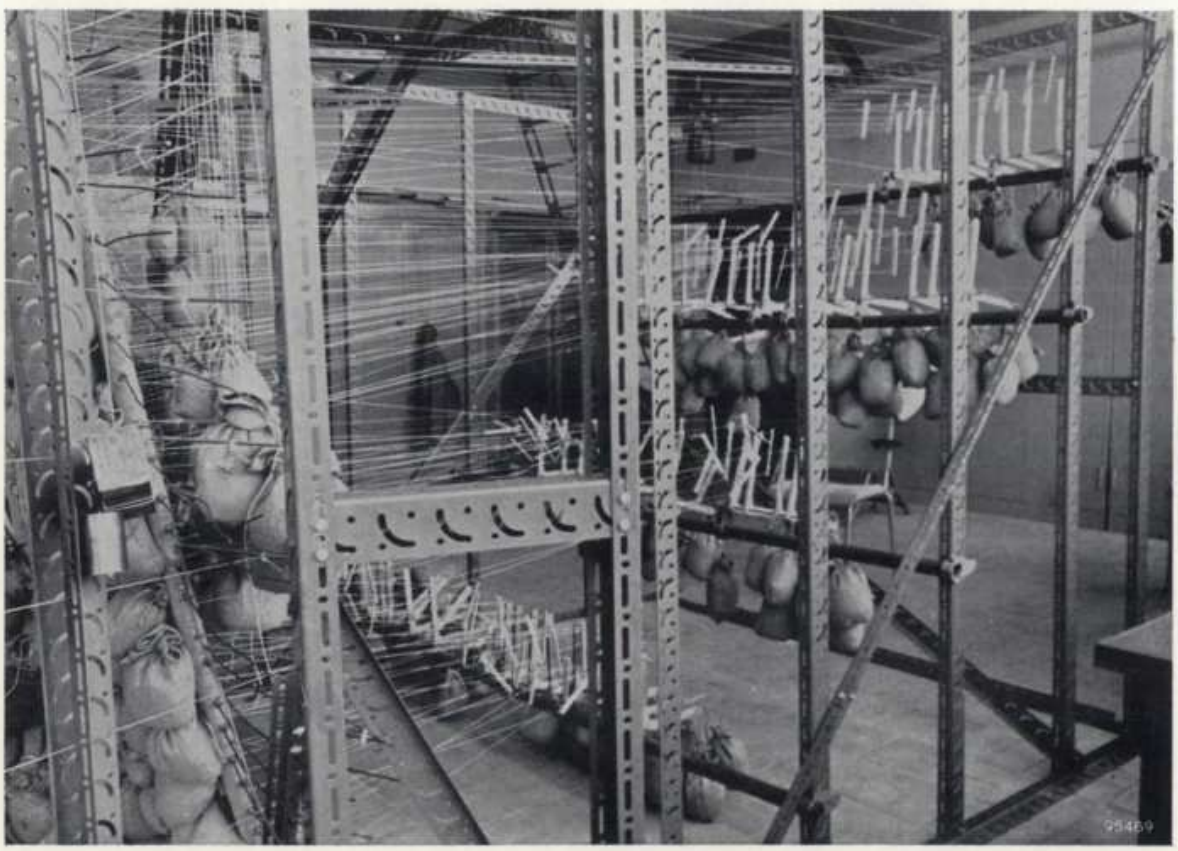


Fig. 13. De opstelling voor het aanbrengen van de windbelasting (trek van zakken zand, via katrollen overgebracht).

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

overbelast door er een aantal personen op te laten klimmen (tot ongeveer 1,5× eigen gewicht). Hoewel dit een zeer zware belasting betekent, was het model nog in staat schokken en windbelastingen op te nemen, zodat gezegd mag worden dat het model deze proef goed heeft doorstaan (*fig. 14*).

onmogelijk geheel realistisch worden uitgevoerd.

Het leek gewenst door aanvullende proeven dieper in te gaan op de knikvastheid van een uit tegels opgebouwde wand. De tijd ontbrak echter hiervoor. Na ruggespraak met Le Corbusier gaf Philips er de voorkeur aan ook voorspandraden aan de

Fig. 14. Het triplexmodel onder een zware overbelasting!

Voor de werkelijke constructie zag dit resultaat er dus hoopgevend uit, al wees het aanvankelijk door het eigen gewicht opgetreden knikverschijnsel op mogelijke gevaren. Hierbij is de voegconstructie echter van essentieel belang, en juist die kon in het model buitenzijde van het gebouw aan te brengen. Onze indruk was, dat de samenhang van de wandvlakken hiermee voldoende werd vergroot. De bouw van het Philipspaviljoen kon dan ook worden aangevangen met vertrouwen in de goede uitslag.

IV. DE CONSTRUCTIE VAN HET PAVILJOEN IN VOORGESPANNEN BETON

door H. C. DUYSTER *).

624.023.744 : 061.41(493.2) : 725.91

Toen het Philipsconcern ons vroeg een voorstel te doen, hoe het door Le Corbusier en Xenakis ontworpen paviljoen zou kunnen worden gebouwd, ging onze gedachte dadelijk in de richting van zelfdragende betonnen schalen, met een dikte niet groter dan het minimum van 5 cm dat door de geluidstechnici terwille van de akoestische isolatie werd geëist. Immers, in het ons voorgelegde ontwerp (zie het artikel I, fig. 15-19) werden de wanden gevormd door hyperbolische paraboloïden, of door vlakken die men in hyperbolische paraboloïden zou kunnen omzetten. Uit de ervaring, opgedaan bij verschillende bouwwerken, alsook op grond van oude en nieuwe theoretische beschouwingen [1]) waren ons de voortreffelijke sterkte- en stijfheidseigenschappen van schalen, gevormd volgens hyperbolische paraboloïden (hypparschalen), bekend. Ook zonder een nauwkeurige analyse konden we ons een voorstelling maken van de krachten en vervormingen die bij bepaalde belastingen in het ontworpen

*) Société de Travaux en Béton et Dragages, „Strabed", Ginestestraat 11, Brussel.

[1]) Zie het artikel II van deze serie alsmede de daarin aangehaalde literatuur.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

bouwwerk zouden optreden, en op grond hiervan konden we met behulp van elementaire berekeningen de sterkte schatten die op de diverse punten vereist zou zijn.

Op de verdere geschiedenis van het tot stand komen van het paviljoen, de exactere berekeningen door Prof. Vreedenburgh, de omwerking van het eerste ontwerp door Xenakis, de modelproeven in het Instituut T.N.O. voor Bouwmaterialen en Bouwconstructies, enz., zullen we hier niet ingaan, daar hierover in de voorgaande artikelen in dit nummer (I, II, III) voldoende verteld is. We zullen ons beperken tot de kwesties die samenhangen met de realisatie van het gebouw in voorgespannen beton [2]).

Waarom voorspanning?

Het is misschien niet overbodig hier heel kort te recapituleren, wat de grondgedachte van het voorspannen van beton is. Beton kan zeer grote drukspanningen veilig verdragen: bij goede kwaliteit (d.w.z. goede grondstoffen en zorgvuldige verwerking) tot 150 kg/cm². Tegen trekspanningen daarentegen is beton veel minder goed bestand. Om beton ook te kunnen toepassen in constructies waar trekkrachten optreden, heeft men twee middelen: 1) Men kan het beton voorzien van een wapening, dat zijn stalen staven waar het beton omheen wordt gestort, zodat een innige hechting ontstaat, en die de trek opnemen (*fig. 1*). 2) Men kan het beton

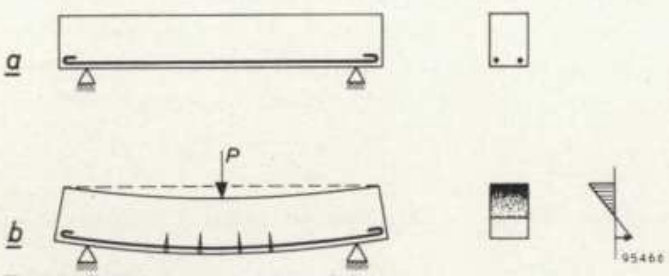


Fig. 1. Principe van gewapend beton.
a) Balk met wapening, in onbelaste toestand (eigen gewicht verwaarloosd).
b) De balk onder een belasting *P*. De schaduwing in de dwarsdoorsnede geeft het optreden van axiale drukspanning in het beton aan. Onderin de balk treden in het beton haarscheurtjes op, de staven van de wapening krijgen een trekspanning. Geheel rechts is de verdeling in verticale richting van de axiale spanningen uitgezet (druk naar links, trek — in de wapening — naar rechts).

onder voorspanning brengen, door middel van stalen draden die aan de beide uiteinden van een betonnen bouwelement worden bevestigd; trekt men de draden met een zekere kracht aan, dan ontstaat in het beton een drukspanning, en bij juiste dimensionering blijven ook de resulterende spanningen als men het bouwelement belast, overal drukspanningen (*fig. 2*).

Eenmaal aan beton denkende — en dit materiaal leek wel bij uitstek geschikt om de in het ontwerp vastgelegde gedachten van Le Corbusier en Xenakis te verwezenlijken —, moest men dus kiezen tussen gewapend beton en voorgespannen beton.

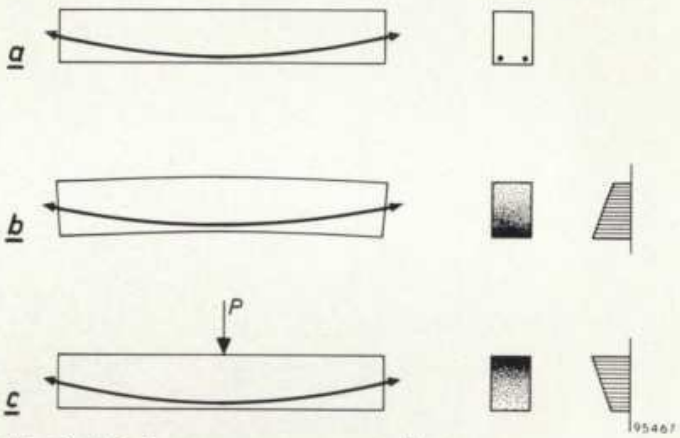


Fig. 2. Principe van voorgespannen beton.
a) Balk met voorspandraden, in onbelaste toestand. De draden zijn volgens een parabool in kanalen in het beton gelegd.
b) Balk na het voorspannen, nog onbelast. De balk is gedeformeerd; in het beton treden drukspanningen op, verdeeld volgens de schaduwing in de dwarsdoorsnede en het grafiekje geheel rechts.
c) Voorgespannen balk onder een belasting *P*. Men ziet de verandering van de spanningsverdeling, maar er treden nergens trekspanningen in het beton op.

Nu is gewapend beton voor zulke dunne schalen geen aantrekkelijke propositie. Goed en homogeen beton in die geringe dikte en voor zulke grote en vaak steile wanden als ontworpen voor het Philipspaviljoen, is op zichzelf al heel moeilijk te maken. Bij aanwezigheid van een wapening worden de moeilijkheden haast prohibitief. Uit het principe zelf van het gewapende beton vloeien hier dus bezwaren voort. Bij voorgespannen beton daarentegen is dit niet het geval: de mogelijkheid bestaat om de voor het opwekken van de voorspanning vereiste draden niet *in* maar *buiten* het beton aan te brengen, en de vorm der wanden van het Philipspaviljoen leende zich juist zeer goed hiertoe. Immers, zoals voor regeloppervlakken in het algemeen, maakt de aanwezigheid van stelsels rechte lijnen (beschrijvende lijnen) op de hyppars het mogelijk, alle of de meeste voorspandraden zodanig te leggen dat zij recht verlopen, hetgeen het behoorlijk aanbrengen van de juiste voorspanningen in het materiaal vergemakkelijkt.

Al is om de genoemde praktische reden de strijd feitelijk al ten gunste van het voorgespannen beton beslist, voor een goed inzicht dient toch erop te worden gewezen dat de oplossing in voorgespannen beton ook intrinsiek beter is dan die in gewapend beton. Men kan dit als volgt inzien.

[2]) De belangrijkste technische bijzonderheden van de realisatie zijn reeds medegedeeld in: H. C. Duyster, Cement **9**, 447-450, 1957 (no. 11-12).

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

In het artikel II is uiteengezet dat een hypparschaal een gelijkmatig over het oppervlak verdeelde belasting (evenwijdig met de as van de hyppar) in eerste benadering zodanig afvoert naar de randleden dat daarin alleen normaalkrachten optreden. In de schaal heersen dan uitsluitend membraanspanningen, hetgeen uit een oogpunt van sterkte de gunstigste toestand is, en de randleden voeren de belasting als normaalkracht naar de oplegpunten van de constructie op het fundament.

In de werkelijkheid treden afwijkingen van dit eenvoudige beeld op, die worden veroorzaakt vooral door de vervorming van de constructie: terwijl primair de schaal alleen door membraanspanningen de belasting zou kunnen overbrengen, ontstaan door de vervorming secundair ook buigspanningen en worden de hoofdspanningstrajectoriën vertekend. Ook dit is in het artikel II uitvoerig besproken. Naarmate de schaal vlakker is, zal de afwijking van het primaire beeld groter zijn. Meestal zal een plaatselijk beperkte maar sterke afwijking optreden nabij de randelementen (ribben), doordat de vervorming van deze elementen in de regel van andere orde van grootte is en anders langs de rand varieert dan de vervorming van de dunne schaal.

Door zowel de schaal als de randelementen onder goed gekozen voorspanningen te brengen, kan men de verschillen in vervorming, die de oorzaak zijn van het optreden van de vaak relatief grote secundaire spanningen, beperken. De uitvoering van de schaal in voorgespannen beton zal derhalve economischer kunnen zijn dan een uitvoering in gewapend beton: de voorgespannen schaal zal de belasting hoofdzakelijk met membraanspanningen kunnen opnemen en dus bij benadering een echte „schaal"-constructie kunnen zijn; in een gewapend-betonnen schaal zullen de door de vervorming opgewekte secundaire spanningen in het algemeen overheersen, met als gevolg dat men veel grotere wanddikten en eventueel zelfs extra-ondersteuningen nodig zal hebben.

We noemen nog twee andere voordelen van de uitvoering met voorspanning:

a) Praktisch belangrijk, hoewel niet essentieel: doordat trekspanningen in het beton ten enenmale vermeden worden, krijgt men niet te maken met haarscheuren, die anders in betonnen constructies wel eens willen optreden. Aan de waterdichte afdekking van de schalen behoeven derhalve minder hoge eisen te worden gesteld. Dit komt zeer gelegen, want op de grillig gevormde schalen kunnen een aantal van de traditionele dakbedekkingen niet of zeer moeilijk worden toegepast.

b) Zeer essentieel, en misschien zelfs de conditio sine qua non voor de realisatie van het Philipspaviljoen: de aan te brengen voorspanning gaf ons de mogelijkheid de schalen te bouwen uit geprefabriceerde platen. Dit willen we nader beschrijven.

Bouw van de hypparschalen uit geprefabriceerde betonnen platen

Het zou zeer moeilijk geweest zijn — ook bij afwezigheid van een wapening —, de ten dele sterk getordeerde dunne schalen van het paviljoen ter plaatse in een bekisting te storten. Zelfs de meest ervaren betonwerkers zouden dit nauwelijks klaarspelen, als men hoge eisen aan de kwaliteit van het beton wil blijven stellen. We hadden derhalve, reeds vóór de bouw aan de „Strabed" werd gegund, het plan uitgewerkt elke hypparschaal samen te stellen uit gedeelten, die in liggende positie op een gevormde zandbedding konden worden gestort. Deze „prefabricage" bood tevens het voordeel dat hij, onafhankelijk van de weersomstandigheden, in een overdekte werkplaats kon worden uitgevoerd, waarvoor een loods op enkele km afstand van het bouwterrein ter beschikking stond. Hoe ver men met het onderverdelen van elke schaal moest gaan, hing in de eerste plaats af van de beschikbare hoogte in de werkplaats en van de toelaatbare steilte der in de zandbedding optredende hellingen (bij te grote helling is er weer een bekisting nodig). Nog belangrijker echter bleek het gezichtspunt te zijn dat de gegoten delen goed hanteerbaar en transportabel moesten zijn. De grootte der te prefabriceren platen werd derhalve op ongeveer 1 m² vastgelegd, terwijl telkens voor een schaalgedeelte, bestaande uit enige tientallen platen, één zandbedding werd gevormd.

Op het bouwterrein werden de platen op nog nader te beschrijven wijze aaneengeregen en de voegen met specie gevuld (men zou dus bij deze wanden van een ietwat vreemdsoortig metselwerk kunnen spreken).

Een dergelijke samenstelling van elke schaal uit losse platen is natuurlijk alleen mogelijk dank zij het feit dat de gehele constructie achteraf onder voorspanning wordt gebracht: het verband tussen aan elkaar grenzende platen is niet bestand tegen trekspanning, nog minder dan het beton zelf, maar dank zij een juiste voorspanning zullen nergens en nimmer trekspanningen in de wanden optreden. De voorspanning maakt dat de gehele constructie, ribben incluis, zich gedraagt alsof zij in één stuk gegoten was.

Duidelijker nog dan in de beschouwingen van het voorgaande hoofdstuk, komt bij de prefabricage tot uiting, hoe het voor te spannen beton bij de hyppar-

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

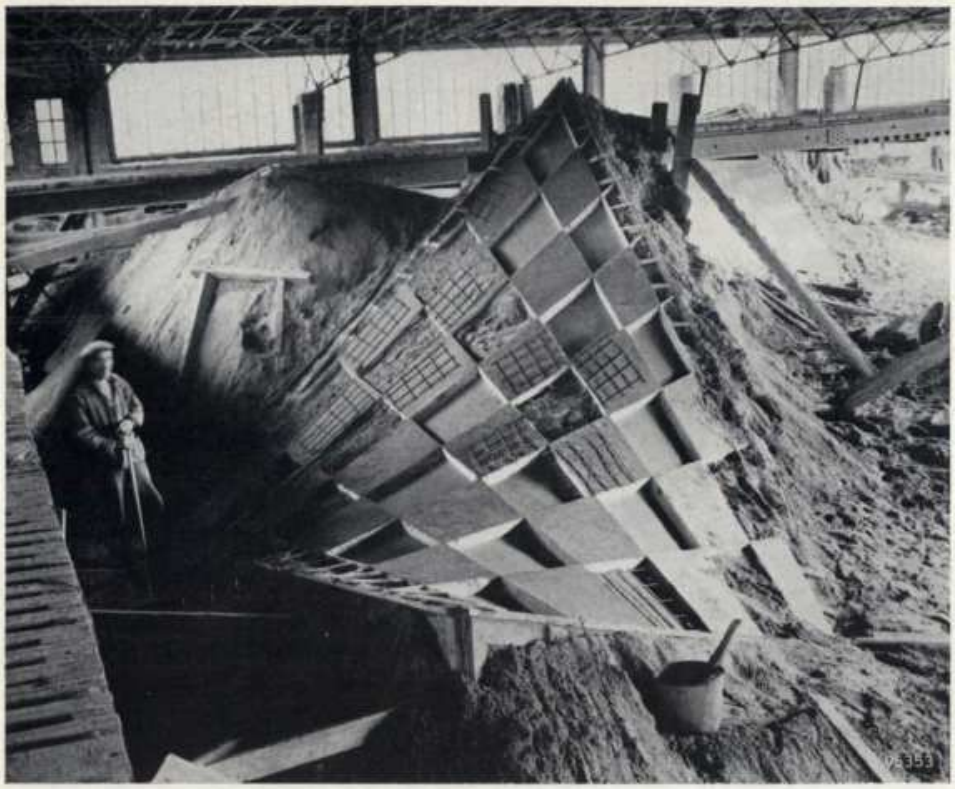


Fig. 3. Het storten van platen op een zandbedding voor een gedeelte van een hypparschaal. De berg van zand met een zeker leemgehalte is, na het uitzetten van de beschrijvende lijnen die de begrenzing van het schaalgedeelte vormen, met een houten balk die langs twee randen glijdt afgestreken. Op het zand is een dunne cementhuid aangebracht. Door plaatsen van 1 cm dikke latten langs beschrijvende lijnen heeft men het gehele oppervlak verdeeld in ruiten van ca. 1 m², waarin (met een enkel licht wapeningsnet ten behoeve van het transport naar het bouwterrein) de 5 cm dikke betonplaten worden gegoten. — De schaakbordachtige structuur die men op de foto ziet, ontstond doordat eerst alleen alle „zwarte" velden werden volgegoten, om de latten met in het zand gestoken pennen te kunnen steunen, en daarnà pas de „witte" velden.

schaal een rol vervult die het als het ware op het lijf geschreven is. De zandbedden, waarop de ruitvormige betonplaten moesten worden gegoten — iedere plaat met een individuele vorm, als stukje van een bepaalde hyppar! —, konden heel gemakkelijk worden gevormd door ze met rechte houten balken volgens de beschrijvende lijnen te begrenzen en af te strijken (*fig. 3*). Wel bleek het uitzetten van de beschrijvenden langs de randen en van de gebogen begrenzing aan de onderzijde van een schaal, zowel als het overbrengen van corresponderende hoeken van een schaaldeel op het aansluitende deel, bijzonder nauwkeurig te moeten geschieden. Dit was natuurlijk eenvoudiger geweest indien we alle platen van een schaal op één zandbed hadden kunnen vervaardigen,

Fig. 4. De 40 cm dikke cilindrische ribben werden op het bouwterrein gestort in een bekisting, aangebracht op een houten stempelwerk.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

wat echter om reeds genoemde redenen (steilte der vlakken, hoogte van de loods) niet mogelijk was. Op het zandbed werden volgens de richtingen van beschrijvende lijnen 1 cm dikke latten geplaatst, waartussen de platen werden gegoten. Met het oog op het transport van de loods naar het bouwterrein werden de platen van een licht wapeningsnet voorzien.

We moeten hier nog even de argumentatie completeren die in het begin van dit artikel werd gegeven bij de keuze tussen gewapend beton en voorgespannen beton. De kunstgreep van de prefabricage der hyppars in kleine elementen zonder bekisting brengt het gewapend beton weer aan bod — zoals men ziet uit het zojuist vermelde wapeningsnet dat voor het transport dient. Voor de realisatie der grote wanden echter helpt de zo verkregen mogelijkheid toch niets: men heeft immers geen enkel middel om de wapening van naast elkaar gelegen geprefabriceerde platen met elkaar te verbinden, zodanig dat hij het beton bij belasting van de gehele constructie kan vrijwaren voor het optreden van trekspanningen.

De randelementen, aangebracht op de doorsnijdingen van elk paar hypparschalen, zijn 40 cm dikke cilindrische betonnen ribben. Deze werden, terwijl het gieten van de ruim 2000 platen in de loods aan de gang was, op het bouwterrein op een houten stempelwerk gestort (*fig. 4*). Het is rationeel de ribben cilindrisch te maken, want de schalen „draaien" om de ribben; bij iedere andere dan de cilindervorm zou de aansluiting van de schalen op de rib dus lastig zijn. Het heeft trouwens geen zin om de ribben, die toch immers bedoeld zijn om voornamelijk normaalkrachten over te brengen en waarvan dus geen bijzondere buigingsstijfheid wordt geëist, een andere dan de cirkelvormige doorsnede te geven.

Nadat de ribben waren gestort, werd een houten steigerwerk gemaakt, waarvan de buitenste balken (rechte lijnen!) werden gelegd volgens beschrijvenden van de hypparvlakken. Hiertegen werden de geprefabriceerde platen provisorisch bevestigd (*fig. 5*). Na het vullen van de 1 cm brede voegen tussen de platen, kon de gehele constructie onder voorspanning worden gebracht. Ten slotte konden dan de steigers worden verwijderd en de wanden verder worden afgewerkt.

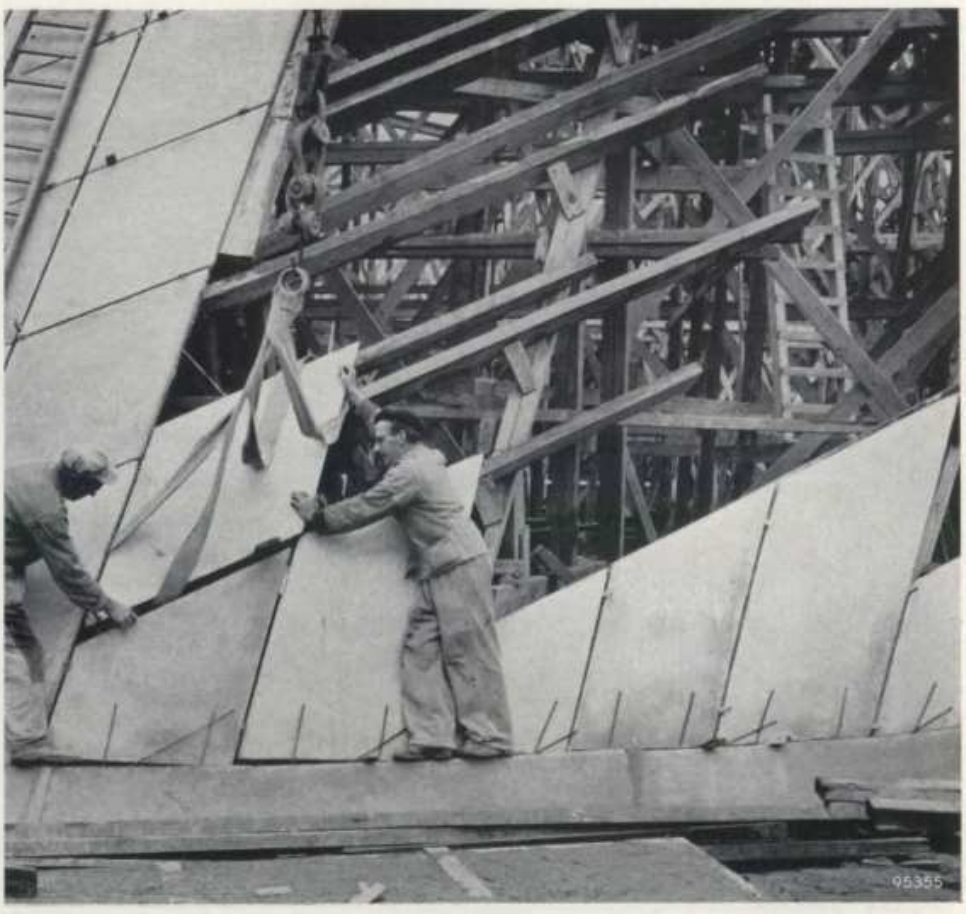


Fig. 5. De geprefabriceerde, slechts 5 cm dikke, betonnen platen werden op hun plaats gebracht en aaneengemetseld op een steigerwerk, waarin houten balken langs beschrijvende lijnen der schalen waren geplaatst.

Nadere beschouwing van de voorspanning in schalen en ribben

De in de schalen vereiste voorspanningen werden afgeleid uit de resultaten van de modelproeven, verricht in het Instituut T.N.O. (zie III, de metingen aan het gipsmodel). Hierbij zijn in aanmerking genomen: het eigen gewicht van de constructie met de daarop aan te brengen akoestische bekleding, een sneeuwlast, en een winddruk van 75 kg/m² uit verschillende richtingen.

De vereiste voorspanningen worden in de schalen teweeggebracht door reeksen op het oppervlak gespannen staaldraden (zie hieronder) van 7 mm diameter, waarvan elk maximaal een spankracht van ca. 3300 kg kan overbrengen. Uitgaande van de onderstelling dat de aldus in een schaal ingeleide krachten overal centrisch (in het middenvlak van de schaal) en volgens de draden gericht zijn, konden wij de formules opstellen voor de in elk punt door de voorspankrachten opgewekte hoofdspanningen en de spanningen volgens de voegen tussen de platen en loodrecht hierop. Aldus kon het vereiste aantal en de ligging van de aan te brengen spandraden worden bepaald.

De genoemde onderstelling lijkt bij de hyppar-

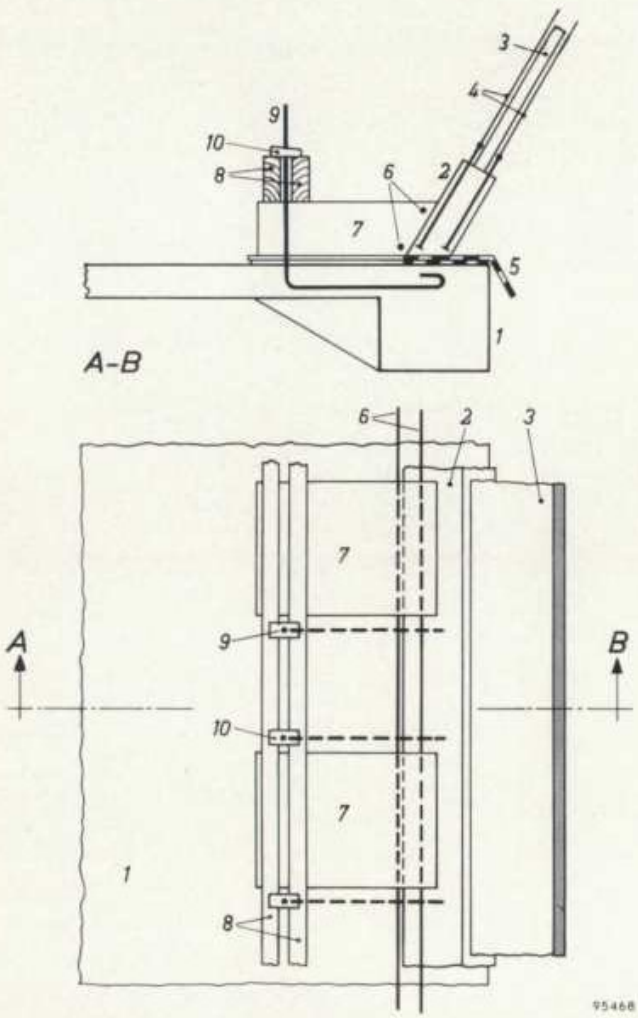
Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

schaal — waar de voorspandraden volgens rechte lijnen kunnen verlopen — gewettigd mits aan twee voorwaarden wordt voldaan: de draden moeten behoorlijk gelijkmatig over het oppervlak van de schaal verdeeld zijn, en de schaal moet bij het aanbrengen van de voorspanning ongehinderd kunnen vervormen. Deze laatste voorwaarde maakte op diverse plaatsen een speciale oplossing nodig, o.a. voor de schalen die op de fundering steunen: de onderrand van deze schalen werd aanvankelijk door twee lagen bitumenvilt (die later tevens dienden voor de aansluiting op de het gebouw omringende vijver) vrij gehouden van de fundering, en pas nà het voorspannen vastgemaakt door storten van beton (zie *fig. 6*). Zonder deze maatregel zou een deel van de voorspankracht door de fundering opgenomen zijn en zou het in de schaal geleide deel zeker niet de gewenste richting hebben gehad. Het in III beschreven modelonderzoek in het Stevin-laboratorium (triplexmodel) heeft aangetoond dat deze constructie op de gewenste wijze werkte, en, meer algemeen, dat de bovengenoemde onderstelling in ons geval gerechtvaardigd was: het niet optreden van een plaatselijk plooien van het (op de juiste wijze uitgevoerde) model tijdens het voorspannen gaf de zekerheid dat de ingeleide krachten in richting niet noemenswaard afwijken van het verloop der draden.

Bij deze voorspanproeven waren de draden, volgens het oorspronkelijke plan, alleen aangebracht aan één zijde van de schalen (overeenkomende met de binnenzijde van het gebouw). Of de knikvastheid ook voldoende was tegen de uitwendige belastingen, had door aanvullende proeven aan het model moeten worden onderzocht, doch aangezien hiertoe de tijd ontbrak, werd met toestemming van Le Corbusier besloten de voorspandraden ten dele ook op de buitenzijde van de schalen aan te brengen. Het probleem werd hierdoor zeer vereenvoudigd.

De draden zijn hoofdzakelijk gelegd volgens beschrijvenden van de hypparvlakken, doch bij



a

Fig. 6. *a*) Ten einde de voorspanning geheel tot zijn recht te doen komen, moet men zorgen dat de onderrand van een schaal tijdens het voorspannen enkele cm over de fundering kan verschuiven, en wel zonder daarbij te kantelen. Hiertoe zijn tussen de fundering *1* en het randstuk *2*, waartegen de schaal *3* door de spandraden *4* wordt vastgetrokken, twee

b

lagen dakvilt *5* aangebracht. Het randstuk zelf wordt eveneens voorgespannen, door de langs de omtrek lopende draden *6*. Kantelen wordt verhinderd door de aan het randstuk vastgegoten staartstukken *7*, welke aan hun uiteinde aan de fundering verankerd zijn. De verankering wordt bewerkstelligd door middel van tijdelijk aangebrachte houten balken *8*, die men met klemmen *10* vastzet op pendelstaven *9*, die tussen de staartstukken in de fundering vastgegoten zijn.
b) Randstuk met staartstukken vóór het opbouwen van de schaal. De ruimte tussen de staartstukken wordt na het opbouwen en voorspannen van de schaal — wanneer de vervorming dus heeft plaatsgehad — met beton volgegoten, voor de definitieve bevestiging van het geheel aan het fundament. De wapening voor deze betonvulling (in figuur *a* niet getekend) is tussen de staartstukken te zien. De pendelstaven zijn hier voorlopig nog neergebogen.

Opgemerkt zij dat de staartstukken steeds aan de binnenzijde van het gebouw zijn aangebracht. In het hier afgebeelde gedeelte van het gebouw helt de schaalwand naar buiten over. Verder kan erop worden gewezen dat, aangezien deze voetconstructie alleen horizontaal kan verschuiven doch niet kan kantelen, een eventueel excentrisch werkende voorspankracht toch centrisch in de schaal wordt geleid: niet de schaal, doch de fundering neemt in dat geval het moment op (vgl. III, fig. 5*b*).

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

sommige schalen waarvan de beschrijvenden elkaar onder een zeer scherpe hoek snijden, bleek het noodzakelijk ook draden aan te brengen, gericht volgens de bissectrice van de stompe hoek tussen de beschrijvenden. In tegenstelling met de eerstgenoemde zijn deze draden dus gebogen.

De ribben werden eveneens voorgespannen, en wel op drie manieren. Ten eerste moesten door recht-

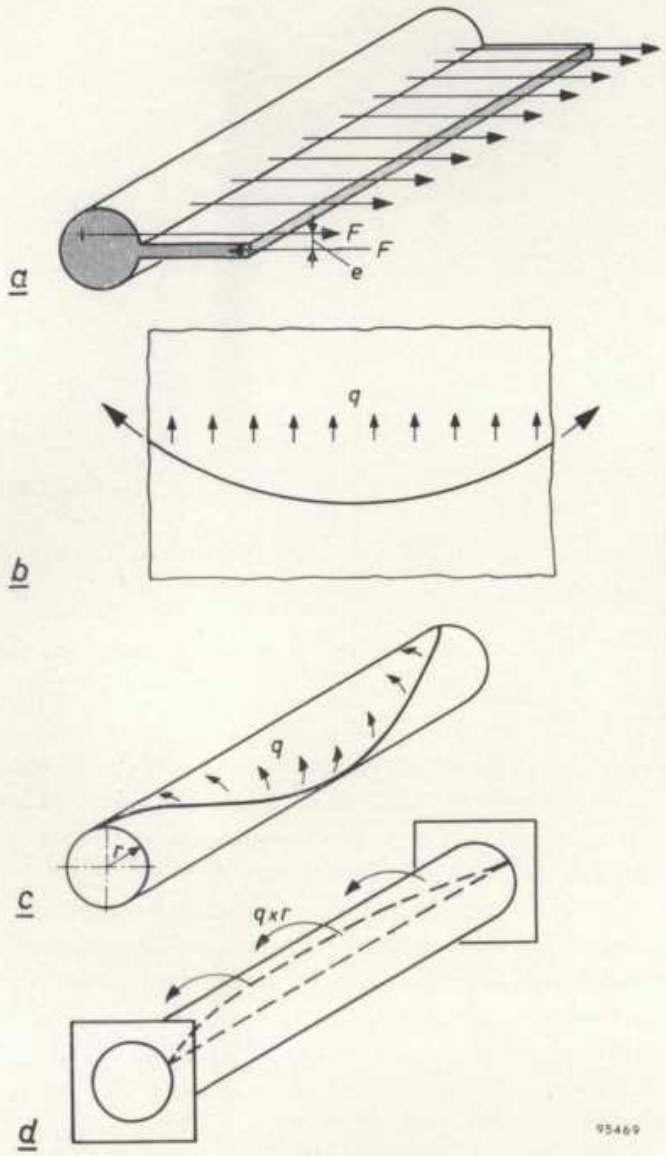


Fig. 7. Op plaatsen waar de voorspankrachten (F kg/m′, d.i. kg per strekkende meter) niet centrisch in de schaal worden geleid (a), wordt de rib belast met een torsiemoment ($F \times e$ kgm/m′), terwijl in de schaal hierdoor buigende momenten ontstaan. Men kan deze opheffen door een torsie-voorspanning van de rib. Hiertoe moeten draden worden gespannen welke het verloop hebben van parabolen, getraceerd op de cilindermantel. Dit is als volgt in te zien. Beschouw eerst een plat vlak waarin een draad is aangebracht volgens een parabool (b). Bij het spannen van de draad wordt het vlak belast met een gelijkmatig verdeelde kracht, q kg/m′. Wikkelt men dit denkbeeldige vlak rond een cilinder (c), dan wordt deze bij het spannen van de draad belast met een gelijkmatig verdeeld torsiemoment $q \times r$ kgm/m′. Dit zal de vervorming, veroorzaakt door een gelijkmatig verdeeld torsiemoment $F \times e$ (zie a), juist ongedaan kunnen maken (d). (De constructiedelen waarop de einden van de rib aansluiten en waarin dus de spandraad verankerd is, b.v. de fundering en de verbinding met andere ribben, worden hierbij natuurlijk, door de reacties van de spankrachten van de draad, wèl op torsie belast.)

Fig. 8. Spandraden voor een rib, gemonteerd vóór het maken van de bekisting en het volstorten met beton. In deze rib waren alleen draden voor het opwekken van torsie-voorspanning aangebracht (acht draden, geplaatst op de omtrek van een, door een reeks ijzeren hoepels gevormde cilinder van 35 cm diameter). De stalen draden zijn 9 mm dik; zij lijken hier nog veel dikker, omdat zij reeds zijn omhuld met de massa die straks na het volstorten de hechting aan het beton moet verhinderen.

lijnige voorspandraden *druk*-voorspanningen worden opgewekt, opdat de rib de bij de modelproeven gemeten trekspanningen zou kunnen opnemen. Ten tweede moest aan sommige ribben, door middel van draden gelegd volgens een parabool in een vlak door de as, een *buig*-voorspanning gegeven worden. Dit was met name het geval bij twee ribben aan de in- en uitgang, waar op ieder slechts één, bovendien nagenoeg vlakke, schaal aansluit. Ten derde werden in verschillende ribben, omdat hierop door de voorspanning der aansluitende schalen een wringend moment wordt uitgeoefend, ook *torsie*-voorspanningen aangebracht. Wel was het beton van de ribben in staat de wringende momenten op te nemen, maar hun opheffing was gewenst om een centrisch inleiden van de voorspankrachten in de schalen te waarborgen (zie III, fig. 5*b*).

De torsievoorspanning werd verwezenlijkt door schroefvormig om de as van de rib verlopende stalen draden (*fig. 7* en *8*). Deze werden, evenals

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

de draden voor de druk- en de buigvoorspanning, vóór het maken van de bekisting voor de rib in positie gebracht en aan de einden door een gat in een stalen ankerplaat gevoerd. Alle draden (9 mm dik) werden met een speciale massa omhuld, waardoor zij zich niet aan het er omheen gestorte beton hechtten. Bij het spannen van de draden trad dank zij deze maatregel slechts een gering krachtsverlies door de wrijving op.

Het is naar ons weten voor het eerst dat men een dergelijke torsievoorspanning in beton heeft toegepast.

De contractie die een rib ondervindt door de drukvoorspanning, is groter dan de, langs de rib gemeten, deformatie die de aangrenzende schaal door zijn voorspanning ondergaat. Zou men schaal en rib vast aan elkaar verbinden en vervolgens de voorspanning aanbrengen, dan zouden door het deformatieverschil weer storingsspanningen in de schaal optreden. Om dit te vermijden, werd bij de meeste ribben een deel van de voorspanning reeds vóór het aanzetten van de schaal aangebracht, zodanig dat bij de definitieve voorspanning de dan optredende deformaties van rib en schaal vrijwel gelijk werden.

De hulpmiddelen voor het aanbrengen van de voorspanning

Alle draden werden gespannen volgens een bij de N.V. „Strabed" uitgewerkte en met succes toegepaste methode, die o.a. gekenmerkt is door de mogelijkheid, de draden te spannen tussen vooraf aangebrachte verankeringen. Volgens de traditionele methodes had men de spandraden door openingen dwars door de ribben heen moeten trekken en daarna verankeren, hetgeen — nog afgezien van esthetische bezwaren — bij die ribben waar verschillende wandvlakken onder kleine hoeken aan elkaar sluiten, op zeer grote moeilijkheden zou zijn gestuit.

Volgens de genoemde methode worden in de

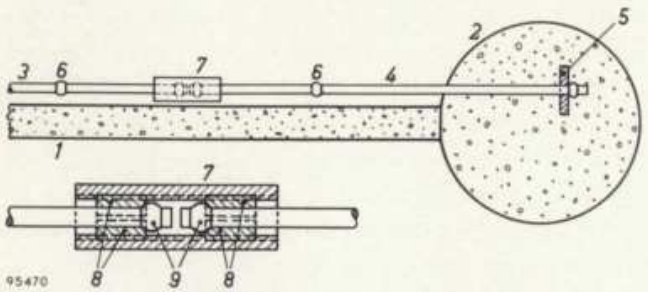


Fig. 9. Het „Strabed"-systeem voor het aanbrengen van voorspandraden. *1* = schaal, *2* = rib (niet geheel in de juiste verhouding getekend), *3* = spandraad. De stekdraad *4* met ankerplaatje *5* is van te voren in de rib aangebracht. Bij het spannen grijpt een speciale vijzel aan op de, met een stuikmachine aangebrachte, knoppen *6* op spandraad en stekdraad. De gespannen draad wordt dan gefixeerd met behulp van een koppelmanchon *7* met inwendige schroefdraad, waarin twee halvemaanvormige blokjes *8* tegen de opgestuikte knoppen *9* worden vastgeschroefd.

Fig. 10. Het aantrekken van een spandraad met behulp van de „Strabed" schroefvijzel. De spankracht wordt op de dynamometer gecontroleerd.

ribben en in de versterkte onderrand van de schalen zg. stekdraden aangebracht, die aan het einde met behulp van een stuikmachine zijn voorzien van een „knop", die door een stalen ankerplaatje steekt. De spandraden worden met behulp van speciale koppelmanchons aan de stekdraden verbonden (*fig. 9*). Deze zijn zo geconstrueerd dat bij het vastzetten van de draden niet de minste slip optreedt, hetgeen vooral voor korte draden, die op de schalen van het paviljoen vrij veel gebruikt moesten worden, van belang is. Het spannen geschiedde met een speciale schroefvijzel, weer een constructie van de N.V. „Strabed", die op de draden aangrijpt met een zodanige overbrenging dat de vijzel loodrecht op de schaal, en dus loodrecht op de richting van de te spannen draad, geplaatst kan worden. De ontwikkelde kracht kan nauwkeurig geregeld worden door aflezing op een op de vijzel bevestigde dynamometer (*fig. 10*).

Zoals men uit de laatste figuur ziet, is het volgens de „Strabed"-methode zonder meer mogelijk de spandraden op zeer korte afstand van de voor te spannen wanden te leggen (bij de schalen van het Philipspaviljoen 2 tot 3 cm). Dit is nuttig om de spankrachten zo goed mogelijk centrisch in de

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Foto Hans de Boer

Fig. 11. Het voltooide paviljoen, van de ingangszijde.

schalen te leiden, en het is bovendien constructief van belang omdat elke spandraad in een reeks punten aan de wand vastgelegd moet worden.

De gehele buitenzijde van het paviljoen is met speciale waterdichte verf bestreken, waarbij de spandraden werden meegeverfd. Ten slotte is op de waterdichte grondlaag nog een aluminium dekverf aangebracht. *Fig. 11* toont het geheel afgewerkte paviljoen van de ingangszijde.

De spandraden op de binnenzijde van de schalen, die natuurlijk met het oog op de projectie van beelden op de wanden niet zichtbaar mochten zijn, heeft men in een geluidabsorberende asbestlaag opgenomen.

Slot

Bij gebouwen voor tentoonstellingen is het moeilijk te vermijden dat men in tijdnood werkt, zeker

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

wanneer het ontwerp, zoals hier, zo radicaal afwijkt van een klassieke conceptie. Het gebouw zal van die tijdnood de sporen dragen; een bezwaar behoeft dit echter niet te zijn, aangezien men voor zulke niet-permanente gebouwen de eisen ook anders kan stellen. Hieraan is het te danken dat in het geval van het Philipspaviljoen een greep gedaan kon worden naar een geheel nieuwe bouwwijze, die men in andere gevallen misschien niet aangedurfd zou hebben, doch die hier bijzonder goed strookte met de ideeën van de bouwheer — Philips — en de verantwoordelijke architect — Le Corbusier. Ook de Belgische controlerende instantie, de Séco (Bureau de contrôle pour la Sécurité de la Construction en Belgique) heeft door snelle behandeling en opbouwende kritiek ten volle eraan meegewerkt het experiment te doen slagen, zodat deze unieke gelegenheid kon worden gebruikt om inzichten en ervaring op te doen die onder normale omstandigheden slechts na overwinning van vele weerstanden en in langere tijd verkregen hadden kunnen worden.

In enkele landen heeft men zadelvormige schalen zoals de hypparschaal reeds veelvuldig en in allerlei vormen toegepast, bij voorbeeld voor de overkoepeling van hallen. Wij zijn ervan overtuigd dat hun uitvoering in voorgespannen beton, al of niet gecombineerd met prefabricage, bijzondere en nog ruimere mogelijkheden biedt. Met het Philipspaviljoen te Brussel is reeds het bewijs geleverd dat zulke schalen tot zeer ingewikkelde constructies kunnen worden samengevoegd, waarbij zij als dak zomede als wand kunnen worden gebruikt. Het woord is aan de architecten, om de mogelijkheden die hier worden geboden, in hun scheppingen te benutten.

Samenvatting I-IV

Het Philipspaviljoen is naar een idee van Ir. L. C. Kalff speciaal ontworpen en ingericht voor het uitvoeren van een spel van Licht en Geluid, een „Elektronisch Gedicht", volgens een scenario geschreven door Le Corbusier en met muziek van Edgar Varèse. Het gebouw is ontworpen en nader uitgewerkt door Y. Xenakis onder toezicht van Le Corbusier. Motieven van optische, akoestische en bouwtechnische aard hebben ertoe geleid het paviljoen geheel op te bouwen uit regeloppervlakken, met name uit hyperbolische paraboloïden. In het artikel I, dat een geautoriseerde verkorte bewerking van de originele Franse tekst is, wordt het ontstaan van het eerste ontwerp, dat ook nog conoïden bevatte, door een reeks schetsen van de hand van de architect geïllustreerd. Vervolgens wordt de half experimentele, half meetkundige methode beschreven volgens welke de vlakken van het eerste ontwerp geheel in hyperbolische paraboloïden werden omgezet (tweede ontwerp). Dank zij deze omzetting bleek het mogelijk het gebouw volgens de voorstellen der N.V. „Strabed" als een zelfdragende schaalconstructie in voorgespannen beton van 5 cm dikte uit te voeren.

De bijzonder goede mechanische eigenschappen van schalen, gevormd volgens hyperbolische paraboloïden (hypparschalen), die deze constructiewijze mogelijk maakten, worden in het tweede artikel in het algemeen besproken. De schrijver geeft hierin, na een recapitulatie van de belangrijkste geometrische eigenschappen van de hyppar, in gedrongen vorm de membraantheorie van de hypparschaal weer. De differentiaalvergelijkingen voor de spanningstoestand hebben bij een eenassige uniforme belasting, evenwijdig met de as van de schaal, een uiterst eenvoudige oplossing; de schaal blijkt dan een zg. constructie van gelijke weerstand te zijn. De schrijver geeft ook formules voor enige ingewikkelder belastingsgevallen, welke voor de praktijk van belang zijn, alsmede een eenvoudige grafische methode voor het bepalen van de hoofdschaalkrachten, en van de voorspanningskrachten die vereist zijn als men trekspanningen in de wanden (waartegen beton immers niet bestand is) wil vermijden. Ten slotte worden de randstoringen beschouwd, die optreden als de randvoorwaarden zodanig zijn dat plaatselijk geen membraanspanningstoestand gerealiseerd wordt, alsmede de stabiliteit der hypparschaal tegen plooien en doorslaan.

De theorie verschaft wel de principiële inzichten in het gedrag der hypparschalen en maakt de oplossing van bepaalde detailproblemen mogelijk, maar voor een volledige berekening van de mechanische eigenschappen is een dergelijk ingewikkeld samenstel als het Philipspaviljoen ten enenmale ontoegankelijk. Er waren derhalve modelonderzoekingen vereist, die in het artikel III worden beschreven. Eerst werd volgens het ontwerp van de architecten een model op schaal 1 : 25 vervaardigd van zeefgaas met gips, met stalen buizen als ribben. Met een groot aantal rekstrookjes en verplaatsingsmeters werden de in het model optredende spanningstoestanden onderzocht bij verschillende belastingen (eigen gewicht, wind, enz.). De conclusie was, dat een constructie in 5 cm dik beton met 40 cm dikke ribben voldoende sterk zou zijn. In een tweede model, op schaal 1 : 10, werden twee van de, als hyperbolische paraboloïden gevormde, wandvlakken opgebouwd uit enige honderden passend gekromde triplexplankjes. Deze vlakken werden onder voorspanning gebracht. De waarnemingen hierbij wezen uit dat de geprojecteerde bouwwijze, uit geprefabriceerde betonnen platen en met voorspandraden verankerd in de ribben, mogelijk zou zijn.

De genoemde bouwwijze, voorgesteld en gerealiseerd door de N.V. „Strabed", is ten slotte nader beschreven in het vierde artikel. Deze bouwwijze werd gemotiveerd door de overweging dat de sterk getordeerde schalen van het paviljoen, die men geen grotere dikte wilde geven dan 5 cm (het voor de akoestische isolatie vereiste minimum), niet goed konden worden gemaakt door storten van beton in een bekisting. De hypparschalen werden derhalve opgebouwd uit meer dan 2000 platen van ca. 1 m², die op zandbeddingen waren gegoten en die na montage op een steigerwerk door, *op* de schalen aangebrachte, stalen draden tegen elkaar werden getrokken. Deze constructie is ook mechanisch gunstig, daar, bij geschikte voorspanning in schalen en randelementen (ribben), bij benadering een membraanspanningstoestand kan worden gerealiseerd. De prefabricage en montage der platen werd zeer vereenvoudigd doordat de wanden regeloppervlakken zijn. De voorspandraden op de wanden (binnen en buiten) werden in hoofdzaak volgens beschrijvende lijnen der hyppars gelegd. Het aantrekken geschiedde volgens het „Strabed"-systeem. Het bijzondere van dit systeem is dat de verankeringen der draden vooraf worden aangebracht; dit schijnbaar ondergeschikte detail was voor de goede uitvoering van het paviljoen van groot belang. In sommige ribben werd behalve een drukvoorspanning en buigvoorspanning ook een torsie-voorspanning aangebracht, deels om wringende momenten, uitgeoefend op de rib door een erop aansluitende schaal, te compenseren, deels om een centrisch inleiden van de voorspankrachten in de schalen te vergemakkelijken. Het is waarschijnlijk voor het eerst dat men dit soort voorspanning heeft toegepast.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!